CI1055: Algoritmos e Estruturas de Dados I

Profs. Drs. Marcos Castilho, Bruno Müller Jr e Carmem Hara

Departamento de Informática/UFPR

17 de agosto de 2020

Resumo

Busca em vetores e manipulação de vetores ordenados

Busca em vetores

Problema

Determinar se um valor pertence ao vetor.

Aplicações:

- localizar um livro na biblioteca
- encontar o cadastro de um cliente de um banco
- encontrar dados de uma pessoa pelo seu CPF

Busca em vetor

- Existem diversos algoritmos de busca
- Nesta disciplina: somente os mais básicos
  - Busca simples
  - Busca com sentinela
  - Busca em vetor ordenado

Função de busca em vetor

A função deve receber:

- o elemento que vai ser buscado
- o vetor onde vai ser feita a busca
- o tamanho do vetor

A função deve retornar:

- se o elemento for encontrado: o rótulo do elemento no vetor
- caso contrário: 0 (zero)

Exemplo:

- busca(23, v, 10) $\longrightarrow$ 4
- busca(13, v, 10) $\longrightarrow$ 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	12	27	23	7	2	0	18	19	21

Versão 1- Busca simples

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer): integer;
2  var i: integer;
3  begin
4      busca:= 0;
5      for i:= 1 to n do
6          if v[i] = x then
7              busca:= i;
8  end;
```

Análise da Versão 1

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer): integer;
2  var i: integer;
3  begin
4      busca:= 0;
5      for i:= 1 to n do
6          if v[i] = x then
7              busca:= i;
8  end;
```

- Quantas vezes o comando dentro do `for` é executado?
- **n** vezes
- Quantas comparações são feitas a cada repetição?
- **2** comparações: $(i <= n)$ e $(v[i] = x)$
- O custo é n*2 = **2n**

Análise da Versão 1

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer): integer;
2  var i: integer;
3  begin
4      busca:= 0;
5      for i:= 1 to n do
6          if v[i] = x then
7              busca:= i;
8  end;
```

- Quantas vezes o comando dentro do `for` é executado?
- **n** vezes
- Quantas comparações são feitas a cada repetição?
- **2** comparações: $(i <= n)$ e $(v[i] = x)$
- O custo é n*2 = **2n**

Versão 2 - Para quando o elemento é encontrado

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer): integer;
2  var i    : integer;
3      achou : boolean;
4  begin
5     achou:= false;
6     i:= 0;
7     while (i < n) and not achou do
8     begin
9           i:= i + 1;
10          if v[i] = x then
11            achou:= true;
12     end;
13     if achou then
14          busca:= i
15     else
16          busca:= 0;
17 end;
```

Análise da Versão 2

- Na média: esta função é melhor do que a Versão 1
- No pior caso: o custo é mais alto
  - Acontece quando o valor não é encontrado
  - Quantidade de repetições: n
  - Comparações por repetição: 3 $(i < n)$ $(notachou)$ $(v[i] = x)$
  - Custo: 3n

Versão 3 - Busca com sentinela

- Diminuir a quantidade de comparações garantindo que o valor buscado SEMPRE é encontrado

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	12	27	23	7	2	0	18	19	21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
15	12	27	23	7	2	0	18	19	21	13

- busca(13, v, 10) $\longrightarrow$ 11
- **Idéia**
  - Colocar o elemento buscado no final do vetor (**sentinela**)
  - Com a garantia que o elemento sempre vai ser achado não é preciso testar o final do vetor

Versão 3 - Busca com sentinela

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer ): integer;
2  var i: integer;
3  begin
4      v[n+1]:= x;
5      i:= 1;
6      while v[i] <> x do
7          i:= i + 1;
8      if i <= n then
9          busca:= i
10     else
11         busca:= 0;
12 end;
```

Análise da Versão 3

- No caso médio:
  - Quantidade de repetições: n / 2
  - Comparações por repetição: 1
- No pior caso:
  - Quantidade de repetições: n+1
  - Comparações por repetição: 1

- É preciso garantir uma posição a mais no vetor.

```
1  const min_r = 1; max_r = 50;
2        min_i = 1; max_i = 10;
3
4  type vetor_r = array[min_r .. max_r+1] of real;
5       vetor_i = array[min_i .. max_i+1] of integer;
```

Versão 4 - Busca em vetor ordenado

- Primeira idéia: parar quando o elemento do vetor for maior ou igual ao procurado.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	2	7	12	15	18	19	21	23	27	13

- busca(13, v, 10): pode parar no elemento com rótulo 5

Versão 4 - Busca em vetor ordenado

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer): integer;
2  var i: integer;
3  begin
4      v[n+1]:= x;
5      i:= 1;
6      while v[i] <> x do
7          i:= i + 1;
8      if (v[i] = x) and (i <= n) then
9          busca:= i
10     else
11         busca:= 0;
12 end;
```

Análise da Versão 4

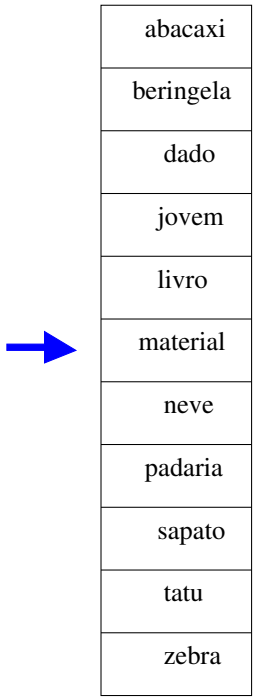
- No caso médio:
  - Quantidade de repetições: n / 2
  - Comparações por repetição: 1
- No pior caso:
  - Quantidade de repetições: n+1
  - Comparações por repetição: 1

Problema

A função não está explorando completamente o fato do vetor estar ordenado.

Busca binária

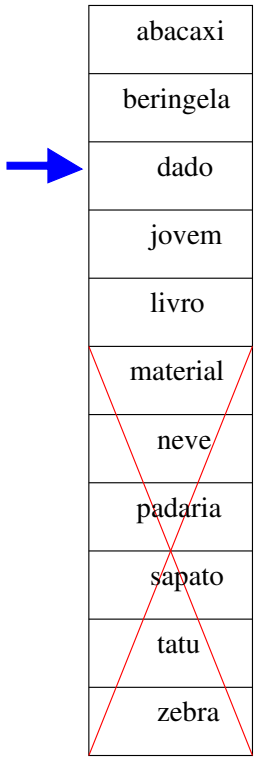
- Similar à busca de uma palavra em um dicionário, com palavras ordenadas de 'A' a 'Z'.
- Exemplo: palavra 'jovem'
  Passo 1: abre o dicionário mais ou menos no meio e verifica a palavra.



Dicionário: 11 elementos

Busca binária

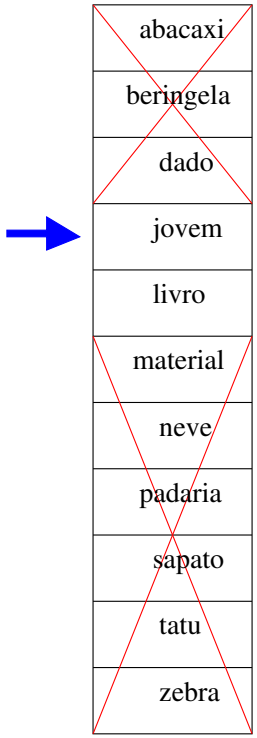
- Similar à busca de uma palavra em um dicionário, com palavras ordenadas de 'A' a 'Z'.
- Exemplo: palavra 'jovem'
  Passo 2: desconsidera a parte que não pode conter 'jovem' e repete o processo.



Dicionário: 5 elementos

Busca binária

- Similar à busca de uma palavra em um dicionário, com palavras ordenadas de 'A' a 'Z'.
- Exemplo: palavra 'jovem'
  Passo 3: desconsidera a parte que não pode conter 'jovem' e repete o processo.

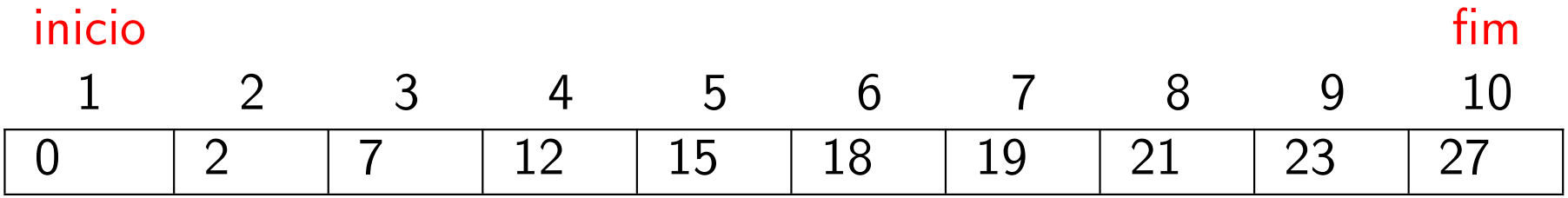


Dicionário: 2 elementos

- Só 3 comparações até achar a palavra
- A cada repetição o dicionário tem o tamanho dividido pela metade
- Comportamento *logaritmico*

Controle do espaço de busca no vetor

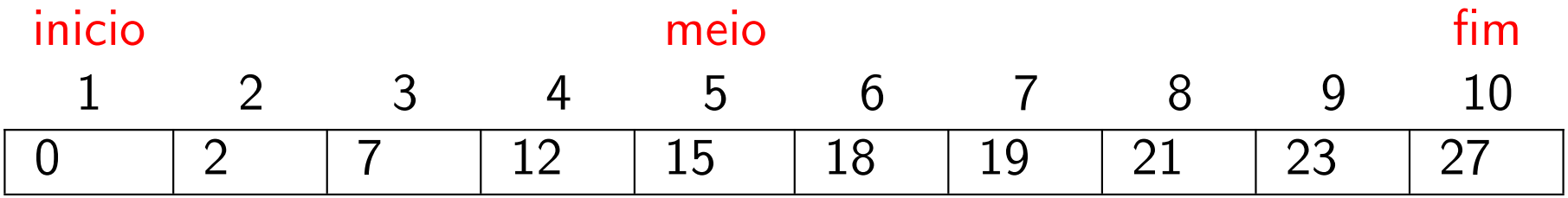
Busca do número **7**
Inicio



Controle do espaço de busca no vetor

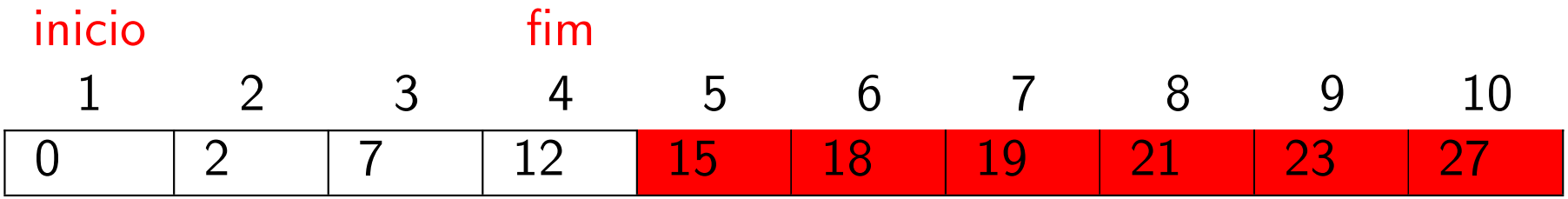
Busca do número **7**

Calcula o meio e compara com 7



Controle do espaço de busca no vetor

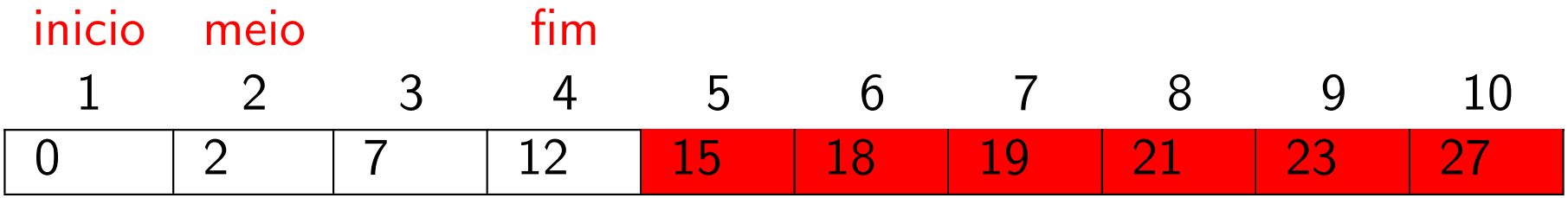
Busca do número **7**
Muda o fim



Controle do espaço de busca no vetor

Busca do número **7**

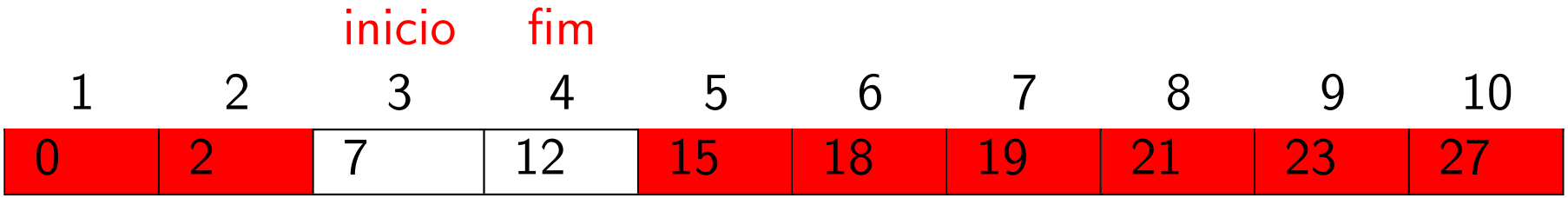
Calcula o meio e compara com 7



Controle do espaço de busca no vetor

Busca do número **7**

Muda o inicio

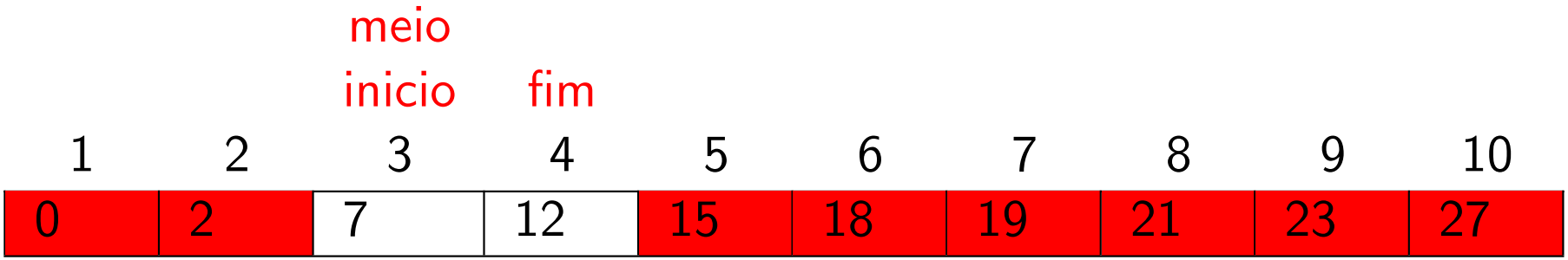


Controle do espaço de busca no vetor

Busca do número **7**

Calcula o meio e compara com 7

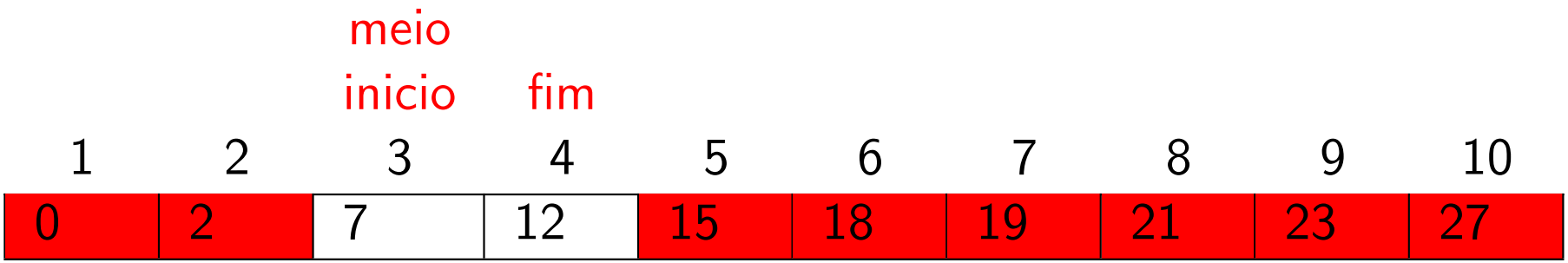
Achou!!



O que acontece quando o elemento não é encontrado

Busca do número 5

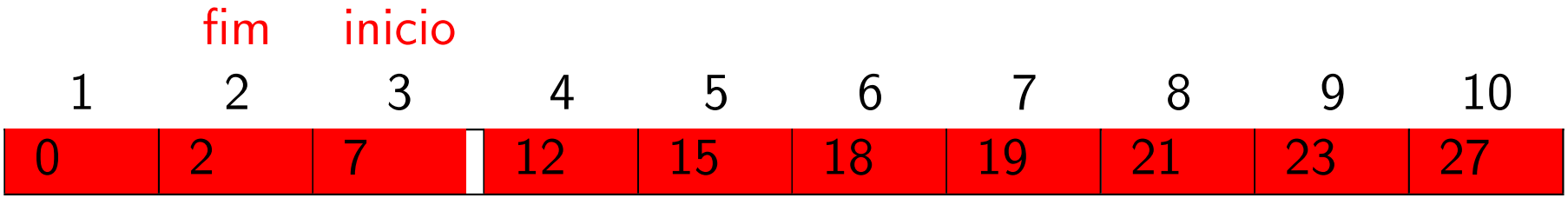
Calcula o meio e compara com 5



O que acontece quando o elemento não é encontrado

Busca do número 5

Muda o fim: **fim** $<$ **inicio**



Busca binária

```
1  function busca( x: real; var v: vetor_r; n: integer ): integer;
2  var inicio, fim, meio: integer;
3  begin
4      inicio:= 1;
5      fim:= n;
6      meio:= (inicio + fim) div 2;
7      while (v[meio] <> x) and (inicio <= fim) do
8      begin
9          if v[meio] > x then
10             fim:= meio - 1
11         else
12             inicio:= meio + 1;
13         meio:= (inicio + fim) div 2;
14     end;
15     if inicio <= fim then
16         busca:= meio
17     else
18         busca:= 0;
19 end;
```

Comparação entre as Versões

Busca	$n = 10$	$n = 10^2$	$n = 10^4$	$n = 10^8$
Simples	20	200	20.000	200.000.000
Com sentinela	10	100	10.000	100.000.000
Em vetor ordenado	10	100	10.000	100.000.000
Binária	3	5	10	19

Quantidade de comparações

Manipulação de vetores ordenados

- Remoção de elemento do vetor
- Inserção de elemento no vetor
- Intercalação de vetores ordenados

Remoção de vetor ordenado

- Entrada do procedimento:
  - posição do elemento a ser removido
  - vetor ordenado de onde será feita a remoção
  - tamanho do vetor
- Saída
  - vetor ordenado sem o elemento
  - tamanho do vetor atualizado

tam

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2	7	12	15	18	19	21	23	27

Após **remove(4, v, tam)**

tam

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2	7	15	18	19	21	23	27	27

Remoção de vetor ordenado

```
1  procedure remove( pos: integer; var v: vetor_r; var n: integer );
2  var i: integer;
3  begin
4      for i:= pos to n-1 do
5          v[i]:= v[i+1];
6      n:= n - 1;
7  end;
```

Inserção em vetor ordenado

- Entrada do procedimento:
  - elemento a ser inserido
  - vetor ordenado onde será feita a inserção
  - tamanho do vetor
- Saída
  - vetor ordenado com o elemento
  - tamanho do vetor ordenado

tam

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	12	15	18	19	21	23	27	?

Após **insere(17, v, tam)**

tam

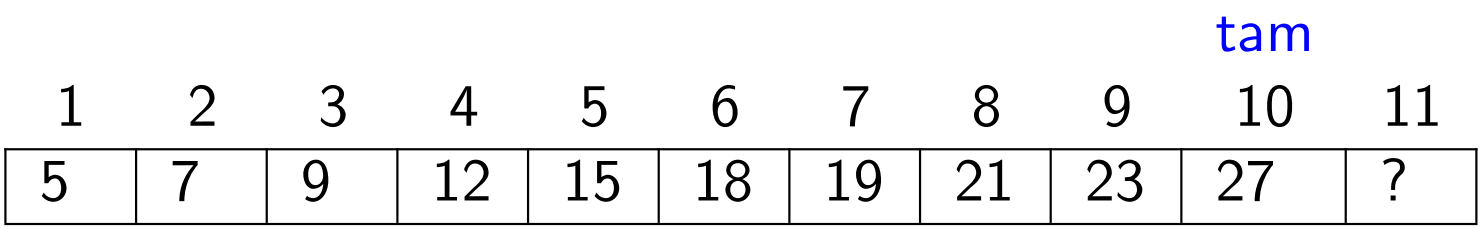
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	12	15	17	18	19	21	23	27

Inserção em vetor ordenado - Versão 1

```
1  procedure insere( x: real; var v: vetor_r; var n: integer );
2  var i: integer;
3  begin
4      i:= n;
5      while x < v[i] do
6      begin
7          v[i+1]:= v[i];
8          i:= i - 1;
9      end;
10     v[i+1]:= x;
11     n:= n + 1;
12 end;
```

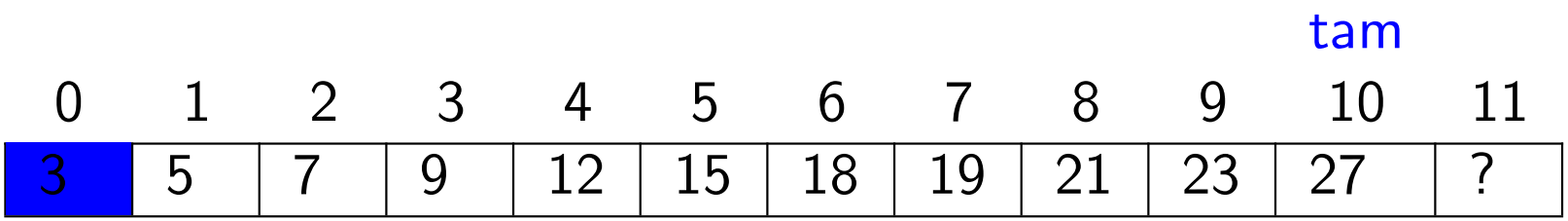
Pergunta

O que acontece se tentarmos inserir o número 3?



Inserção em vetor ordenado com sentinela

```
1  procedure insere( x: real; var v: vetor_r; var n: integer );
2  var i: integer;
3  begin
4      v[0]:= x;
5      i:= n;
6      while x < v[i] do
7      begin
8          v[i+1]:= v[i];
9          i:= i - 1;
10     end;
11     v[i+1]:= x;
12     n:= n + 1;
13 end;
```



Inserção em vetor ordenado com sentinela

```
1  procedure insere( x: real; var v: vetor_r; var n: integer );
2  var i: integer;
3  begin
4      v[0]:= x;
5      i:= n;
6      while x < v[i] do
7      begin
8          v[i+1]:= v[i];
9          i:= i - 1;
10     end;
11     v[i+1]:= x;
12     n:= n + 1;
13 end;
```

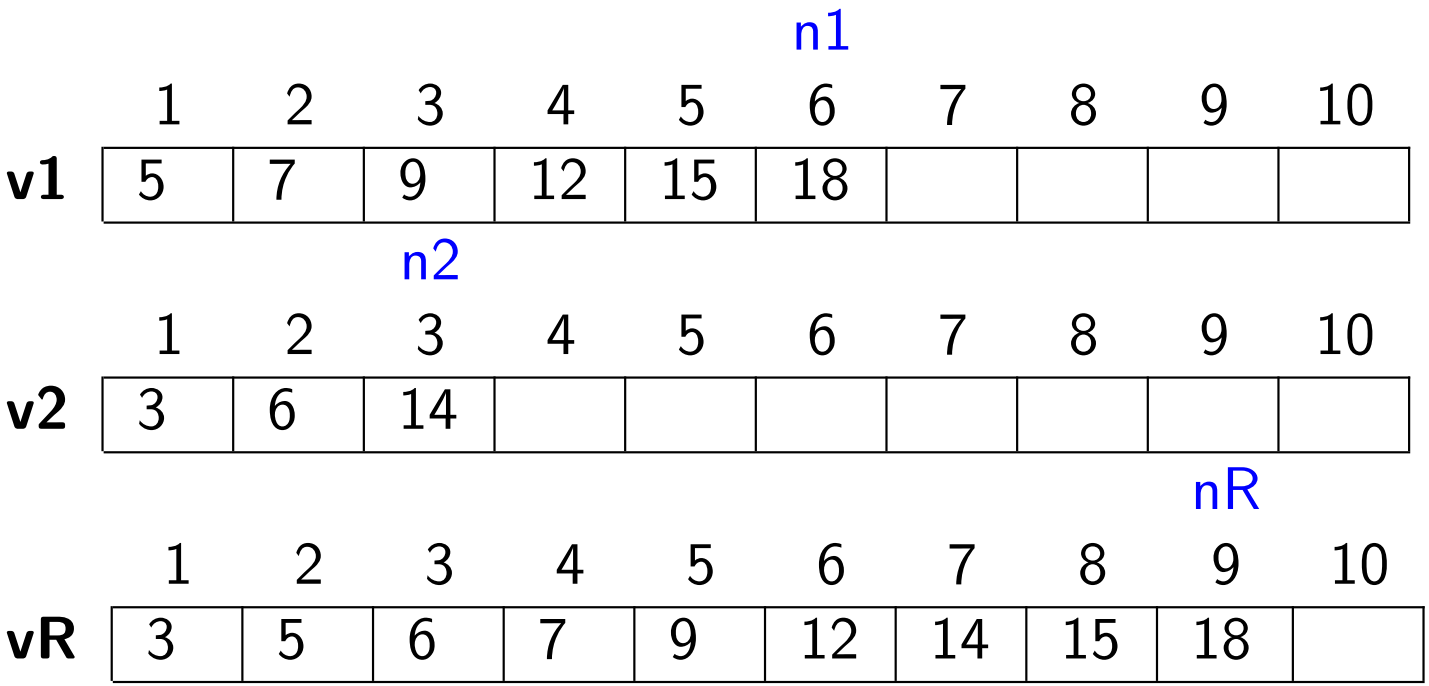
Após a inserção

tam

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	5	7	9	12	15	18	19	21	23	27

Intercalação de vetores

- Entrada do procedimento
  - vetor ordenado $v1$
  - tamanho de $v1$ ($n1$)
  - vetor ordenado $v2$
  - tamanho de $v2$ ($n2$)
- Saída
  - vetor vR com elementos de $v1$ e $v2$ ordenados
  - tamanho de vR (nR)



Intercalação de vetores

```
1  procedure merge
2   (var vR, v1, v2: vetor_r;
3    var nR: integer; n1, n2: integer);
4  var iR, i1, i2: integer;
5  begin
6      iR:= 1; i1:= 1; i2:= 1;
7      while (i1 <= n1) and (i2 <= n2) do
8      begin
9          if v1[i1] < v2[i2] then
10         begin
11             vR[iR]:= v1[i1];
12             i1:= i1 + 1;
13         end
14         else
15         begin
16             vR[iR]:= v2[i2];
17             i2:= i2 + 1;
18         end;
19         iR:= iR + 1;
20     end;
21     if i1 <= n1 then
22         for i1:= i1 to n1 do
23         begin
24             vR[iR]:= v1[i1];
25             iR:= iR + 1;
26         end
27     else
28         for i2:= i2 to n2 do
29         begin
30             vR[iR]:= v2[i2];
31             iR:= iR + 1;
32         end;
33     nR:= n1 + n2;
34 end;
```

Fim do tópico

- o conteúdo desta aula está no livro no capítulo 9, seção 5

Licença

- Slides feitos em LaTeX usando beamer
- Licença

  Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.`http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/`

  Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.`http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/`