Arrays bidimensionais (matrizes)

Objetivos:

- Introdução ao conceito de matrizes

Arrays bidimensionais (matrizes)

M	1	2	3	4	5	6
1	5	6	-1	-5	2	3
2	3	2	0	0	7	9
3	0	0	-1	0	8	0
4	0	7	0	-8	0	0
5	1	2	8	9	7	0
6	-6	1	0	10	0	4

Matrizes

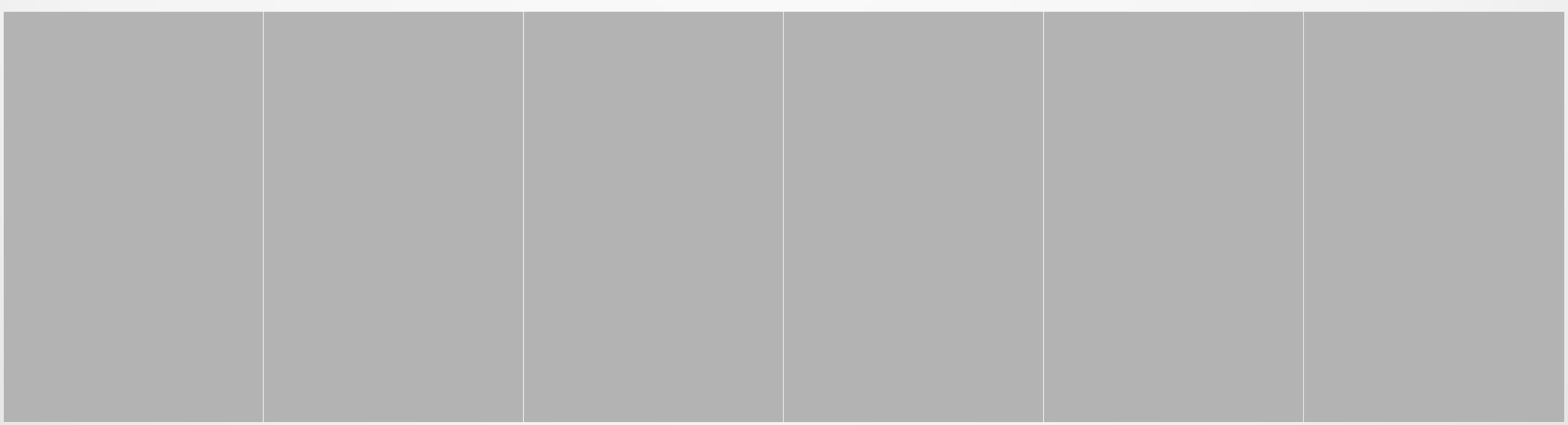
- Versão bidimensional dos vetores
- É uma forma de alocar um vetor e acessá-lo com dois índices ao invés de um

Matrizes: definição

- Array [min..max;min..max] of <tipo>;
- Uma matriz pode ser vista como um vetor de vetores
- Também pode ser vista como um grande vetor indexado por dois índices

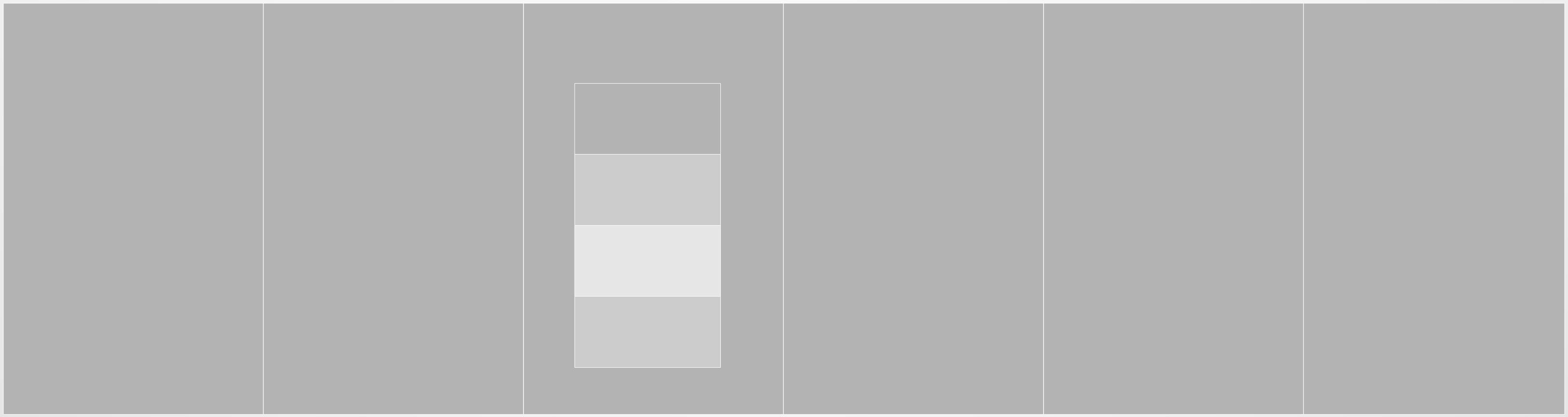
Matrizes: vetor de vetores

- Array [min..max] of array [min..max] of <tipo>;



Matrizes: vetor de vetores

- Array [min..max] of array [min..max] of <tipo>;



Matrizes: vetor com dois índices

- Array [min..max] of <tipo>;

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Matrizes: vetor com dois índices

- Deve-se dividir o vetor em L blocos de tamanho C, que são acessados pelo indexador I

- Em cada bloco, o indexador J faz o segundo deslocamento (0 <= J < C)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Matrizes: vetor com dois índices

- O indexador I tem um fator multiplicativo (acesso ao bloco) enquanto J tem um fator de soma (deslocamento no bloco)

- Dados I e J, se calcula I*C + J para acessar um elemento

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Matrizes: vetor com dois índices

- Exemplo, caso C=5, i=2, j=1
- 5*i + j = 5*2 + 1 = 11

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Matrizes: vetor com dois índices

- Exemplo: caso C=5, i=0, j=3
- 5*i + j = 5*0 + 3 = 3

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Matrizes: uso padrão

- O uso padrão é na versão bidimensional

M	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					

Matrizes: operações básicas

- Leitura
- Impressão
- Soma de duas matrizes
- Produto de duas matrizes
- Transposta de uma matriz

Matrizes: Leitura

(Matriz M com dimensões L x C)

```
Begin
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to C do
            Read (M[i,j]);
End;
```

Matrizes: Impressão

(Matriz M com dimensões L x C)

```
Begin
    For i:= 1 to L do
    Begin
        For j:= 1 to C do
            Write (M[i,j]);
        Writeln;
    End;
End;
```

Soma de matrizes

(Matrizes M, N e S com dimensões L x C)

```
Begin
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to C do
            S[i,j]:= M[i,j] + N[i,j];
End;
```

Produto de matrizes

- A base do produto de duas matrizes M e N é um produto escalar de dois vetores de mesmo tamanho
- O primeiro vetor é uma linha da matriz M, o segundo é uma coluna da matriz N
- Portanto, o número de colunas de M deve ser igual ao número de linhas de N

Produto de matrizes

M	1	2	3
1			
2			
3			
4			
5			

N	1	2	3	4
1				
2				
3				

P	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				
5				

Produto de matrizes

```
(Matrizes M (LM x CM), N (LN x CN) e P (LP x CP))
Begin
    For i:= 1 to LM do
        For j:= 1 to CN do
        Begin
            P[i,j]:= 0;
            For k:= 1 to CM do (* ou ate LN *)
                P[i,j]:= P[i,j] + M[i,k] * N[k,j];
        End;
End;
```

Matriz transposta

```
(Matriz M (L x C) e T (C x L))
Begin
        For i:= 1 to L do
            For j:= 1 to C do
                T[j,i]:= M[i,j];
End;
```

Matrizes: operações básicas

- Maior elemento
- Soma dos elementos

Matrizes: maior elemento

(Matriz M com dimensões L x C)

```
Begin
    Maior:= M[1,1];
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to C do
            If M[i,j] > Maior then
                Maior:= M[i,j];
End;
```

Matrizes: soma dos elementos

(Matriz M com dimensões L x C)

```
Begin
    Soma:= 0;
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to C do
            Soma:= Soma + M[i,j];
End;
```

Manipulação de linhas e colunas

- Fixando uma linha particular I, percorrer as colunas M[I,j] é o mesmo que percorrer um vetor!

M	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Manipulação de linhas e colunas

- Maior de uma linha
- Soma dos elementos de uma coluna
- Produto dos elementos da diagonal principal

Maior elementos de uma linha

(Matriz M com dimensões L x C e um índice **I** fixo)

```
Begin
    Maior_da_linha:= M[I,1];;
    For j:= 2 to C do
        If M[I,j] > Maior_da_linha then
            Maior_da_linha:= M[I,j];
End;
```

Soma dos elementos de uma coluna

(Matriz M com dimensões L x C e um índice **J** fixo)

```
Begin
    Soma_coluna:= 0;
    For i:= 1 to L do
        Soma_coluna:= Soma_coluna + M[i,J];
End;
```

Produto dos elementos da diagonal principal

(Matriz M com dimensões L x L)

```
Begin
    Produto_diagonal:= 1;
    For i:= 1 to L do
        Produto_diagonal:= Produto_diagonal * M[i,i];
End;
```

Matrizes: propriedades

- Matriz identidade
- Matriz diagonal
- Matriz triangular superior
- Matriz triangular inferior

Matriz identidade

M	1	2	3	4	5	6
1	**1**	0	0	0	0	0
2	0	**1**	0	0	0	0
3	0	0	**1**	0	0	0
4	0	0	0	**1**	0	0
5	0	0	0	0	**1**	0
6	0	0	0	0	0	**1**

Matriz identidade

(Matriz M com dimensões L x L)

```
Begin
      eh_identidade:= true;
      For i:= 1 to L do
          If M[i,i] <> 1 then eh_identidade:= false;
      If eh_identidade then
          For i:= 1 to L do
              For j:= 1 to L do
                  If (i <> j) and (M[i,j] <> 0) then eh_identidade:= false;
End;
```

Matriz diagonal

M	1	2	3	4	5	6
1	**5**	0	0	0	0	0
2	0	**2**	0	0	0	0
3	0	0	**-1**	0	0	0
4	0	0	0	**-8**	0	0
5	0	0	0	0	**7**	0
6	0	0	0	0	0	**4**

Matriz diagonal

(Matriz M com dimensões L x L)

```
Begin
    eh_diagonal:= true;
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to L do
            If (i <> j) and (M[i,j] <> 0) then
                eh_diagonal:= false;
End;
```

Matriz triangular superior

M	1	2	3	4	5	6
1	**5**	**0**	**9**	**-4**	**1**	**0**
2	0	**2**	**2**	**7**	**3**	**-2**
3	0	0	**-1**	**0**	**-6**	**0**
4	0	0	0	**-8**	**6**	**5**
5	0	0	0	0	**7**	**0**
6	0	0	0	0	0	**4**

Matriz triangular superior

(Matriz M com dimensões L x L)

```
Begin
    eh_triangular_sup:= true;
    For i:= 1 to L do
        For j:= 1 to i-1 do
            If M[i,j] <> 0 then
                eh_triangular_sup:= false;
End;
```

Matriz triangular inferior

M	1	2	3	4	5	6
1	**5**	0	0	0	0	0
2	**3**	**2**	0	0	0	0
3	**0**	**0**	**-1**	0	0	0
4	**0**	**7**	**0**	**-8**	0	0
5	**1**	**2**	**8**	**0**	**7**	0
6	**-6**	**1**	**0**	**10**	**0**	**4**

Matriz triangular inferior

(Matriz M com dimensões L x L)

```
Begin
      eh_triangular_inf:= true;
      For i:= 1 to L do
          For j:= i+1 to L do
              If M[i,j] <> 0 then
                  eh_triangular_inf:= false;
End;
```

Matrizes: exercícios

- Otimizar os códigos acima para que o programa termine assim que for verificado que as propriedades em questão são falsas