

# Remoção de Recursão de Cauda

Daniel Oliveira

Departamento de Informática - UFPR

Fevereiro 2021



- Chamadas de funções, recursivas ou não, são implementadas por uma pilha
- O conteúdo dessa pilha depende da máquina, usualmente temos:
  - Estado anterior: informações para retornar a função anterior exatamente de onde ela parou
  - Parâmetros: valores passados como argumentos
  - Variáveis locais: são 'instanciadas' na pilha em vez da 'heap' do sistema por questões de eficiência
- Para alguns casos/linguagens, um ganho de espaço e tempo de execução pode ser obtido ao usar algoritmos iterativos

- Recursão pode ser removida, de maneira geral, ao implementar a pilha de forma manual (pelo programador)
  - Dados específicos do problema são salvos, ocupando menos espaço
  - Alterar a pilha local é mais eficiente do que a pilha do sistema
    - A pilha do sistema precisa manter consistentes vários registradores e recursos específicos do sistema/máquina
- Recursão de cauda pode ser traduzida diretamente para algoritmo iterativo, nenhuma pilha é necessária

- Quando chamadas recursivas são feitas apenas no final da função, na cauda
  - Não há nenhuma operação após alguma chamada recursiva

---

funcao1( $a, b$ )

---

...

---

funcao1( $x, y$ )

---

---

funcao2( $a, b$ )

---

...

Se  $a > b$

...

funcao2( $x, y$ )

Senão

funcao2( $w, z$ )

---

# Remoção de Recursão de Cauda

- O seguinte padrão pode ser aplicado

---

**funcao1( $a, b$ )**

---

Se *condição\_parada*  
    Devolva  $R$

Senão  
    Bloco de operações  
    Devolva *funcao1( $x, y$ )*

---

---

**funcao1\_iterativa( $a, b$ )**

---

Enquanto *Não condição\_parada*  
    Bloco de operações  
         $a \leftarrow x$   
         $b \leftarrow y$   
    Devolva  $R$

---

# Exemplo - Fibonacci

- Fibonacci normalmente não é uma recursão de cauda, mas podemos modificá-la para que seja de cauda

---

Fibonacci( $n$ )

---

Se  $n \leq 1$   
    Devolva  $n$

Senão  
    Devolva  $\text{Fibonacci}(n - 1) + \text{Fibonacci}(n - 2)$

---

---

Fibonacci( $n, a, b$ )

---

Se  $n = 0$   
    Devolva  $a$

Se  $n = 1$   
    Devolva  $b$

Senão  
     $x \leftarrow b$   
     $y \leftarrow a + b$   
    Devolva  $\text{Fibonacci}(n - 1, x, y)$

---

# Exemplo - Fibonacci

- Aplicando o padrão chegamos ao seguinte código

---

Fibonacci( $n, a, b$ )

---

Se  $n = 0$   
    Devolva  $a$   
Se  $n = 1$   
    Devolva  $b$

Senão  
     $x \leftarrow b$   
     $y \leftarrow a + b$   
    Devolva Fibonacci( $n - 1, x, y$ )

---

---

Fibonacci( $n, a, b$ )

---

Enquanto  $n > 1$

$x \leftarrow b$   
     $y \leftarrow a + b$   
     $a \leftarrow x$   
     $b \leftarrow y$   
     $n \leftarrow n - 1$

Se  $n = 0$   
    Devolva  $a$   
Se  $n = 1$   
    Devolva  $b$

---

## Exemplo 2 - Busca Binária

---

BuscaBinaria( $x, v, a, b$ )

---

Se  $a > b$

    Devolva NÃO

$m \leftarrow \lfloor \frac{a+b}{2} \rfloor$

Se  $v[m] = x$

    Devolva  $m$

Se  $x < v[m]$

    Devolva BuscaBinaria( $x, v, a, m - 1$ )

Senão

    Devolva BuscaBinaria( $x, v, m + 1, b$ )

---

---

BuscaBinaria( $x, v, a, b$ )

---

Enquanto  $a \leq b$

$m \leftarrow \lfloor \frac{a+b}{2} \rfloor$

    Se  $v[m] = x$

        Devolva  $m$

    Se  $x < v[m]$

$b = m - 1$

    Senão

$a = m + 1$

    Devolva NÃO

---