Aula 11: Blocos Digitais Básicos – Decodificador e Multiplexador

Circuitos Digitais

Rodrigo Hausen

CMCC – UFABC

4 e 6 de março de 2013

http://compscinet.org/circuitos

Decodificador binário básico

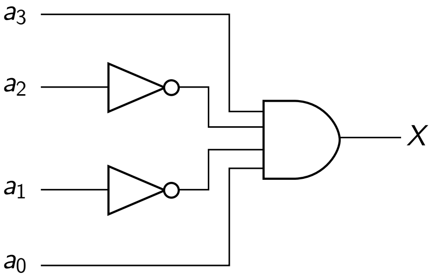
- **Exercício 1**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 1$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$.

- **Exercício 1**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 1$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$.

$$X = a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0$$

- **Exercício 1**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 1$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$.

$$X = a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0$$



Decodificador binário básico

- **Exercício 2**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 0$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$. Use apenas portas NAND.

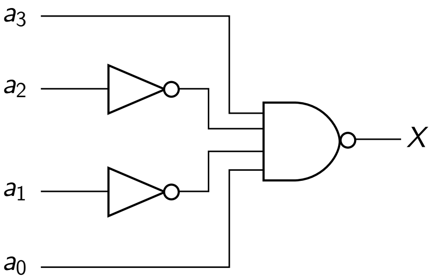
- **Exercício 2**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 0$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$. Use apenas portas NAND.

$$X = \overline{a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0}$$

Decodificador binário básico

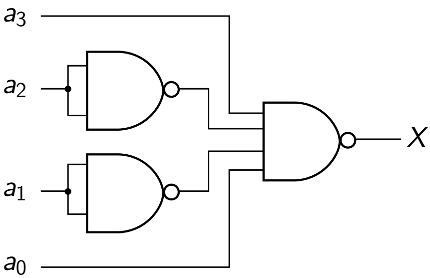
- **Exercício 2**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 0$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$. Use apenas portas NAND.

$$X = \overline{a_3 \, \overline{a_2} \, \overline{a_1} \, a_0}$$



- **Exercício 2**: Projete um circuito digital com 4 entradas: a_3, a_2, a_1, a_0 e uma saída X, tal que $X = 0$ somente se $(a_3 a_2 a_1 a_0)_2 = (1001)_2$. Use apenas portas NAND.

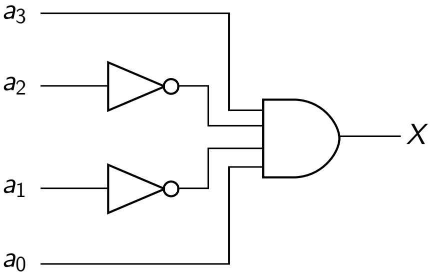
$$X = \overline{a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0}$$



Decodificador binário básico

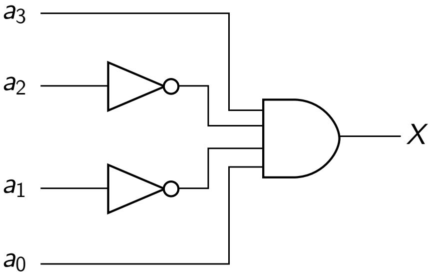
- **Decodificador básico:** identifica um código binário na entrada.

- **Decodificador básico:** identifica um código binário na entrada.
- Os exemplos abaixo identificam o código $(1001)_2 = (9)_{10}$

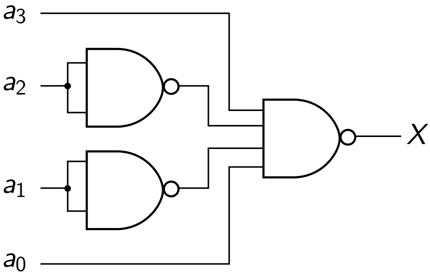


saída em nível **alto**

- **Decodificador básico:** identifica um código binário na entrada.
- Os exemplos abaixo identificam o código $(1001)_2 = (9)_{10}$



saída em nível **alto**



saída em nível **baixo**

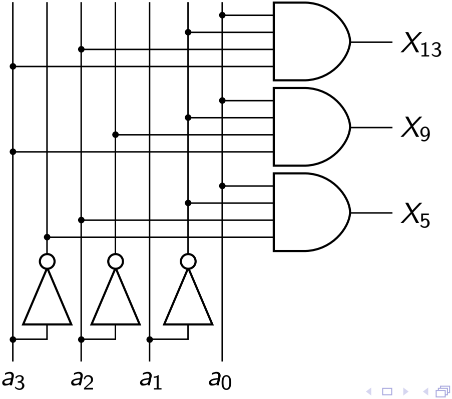
- **Exercício 3**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e três saídas X_5, X_9 e X_{13} tais que cada uma delas identifique a entrada dos números 5, 9 e 13, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

- **Exercício 3**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e três saídas X_5, X_9 e X_{13} tais que cada uma delas identifique a entrada dos números 5, 9 e 13, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

$X_5 = \overline{a_3}\ a_2\ \overline{a_1}\ a_0$ $\qquad$ $X_9 = a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0$ $\qquad$ $X_{13} = a_3\ a_2\ \overline{a_1}\ a_0$

- **Exercício 3**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e três saídas X_5, X_9 e X_{13} tais que cada uma delas identifique a entrada dos números 5, 9 e 13, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

$X_5 = \overline{a_3}\ a_2\ \overline{a_1}\ a_0$ $X_9 = a_3\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0$ $X_{13} = a_3\ a_2\ \overline{a_1}\ a_0$



Decodificador binário

- **Exercício 4**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e 16 saídas $X_0, X_1, X_2, \ldots, X_{15}$ tais que cada uma delas identifique a entrada do número 0, 1, 2, ..., 15, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

- **Exercício 4**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e 16 saídas $X_0, X_1, X_2, \ldots, X_{15}$ tais que cada uma delas identifique a entrada do número 0, 1, 2, . . . , 15, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

$$
\begin{aligned}
X_0 &= \overline{a_3}\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ \overline{a_0} \\
X_1 &= \overline{a_3}\ \overline{a_2}\ \overline{a_1}\ a_0 \\
X_2 &= \overline{a_3}\ \overline{a_2}\ a_1\ \overline{a_0} \\
X_3 &= \overline{a_3}\ \overline{a_2}\ a_1\ a_0 \\
&\vdots \\
X_{15} &= a_3\ a_2\ a_1\ a_0
\end{aligned}
$$

Decodificador binário

- **Exercício 4**: faça um circuito com quatro entradas a_3, a_2, a_1, a_0 e 16 saídas $X_0, X_1, X_2, \ldots, X_{15}$ tais que cada uma delas identifique a entrada do número 0, 1, 2, ..., 15, respectivamente, por meio de um sinal de nível **alto**.

$$
\begin{aligned}
X_0 &= \overline{a_3}\,\overline{a_2}\,\overline{a_1}\,\overline{a_0} \\
X_1 &= \overline{a_3}\,\overline{a_2}\,\overline{a_1}\,a_0 \\
X_2 &= \overline{a_3}\,\overline{a_2}\,a_1\,\overline{a_0} \\
X_3 &= \overline{a_3}\,\overline{a_2}\,a_1\,a_0 \\
&\vdots \\
X_{15} &= a_3\,a_2\,a_1\,a_0
\end{aligned}
$$

4 portas NOT, 16 portas AND com quatro entradas

Decodificador binário

Decodificador n **entradas para** 2^n **saídas:** circuito digital com:

- n entradas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$
- 2^n saídas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$

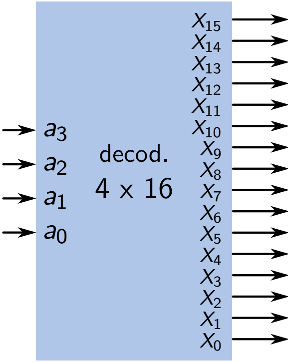
Onde a saída X_i está ativa se o código $i = (a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1 a_0)_2$ está na entrada.

Decodificador binário

Decodificador n **entradas para** 2^n **saídas:** circuito digital com:

- n entradas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$
- 2^n saídas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$

Onde a saída X_i está ativa se o código $i = (a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0)_2$ está na entrada.



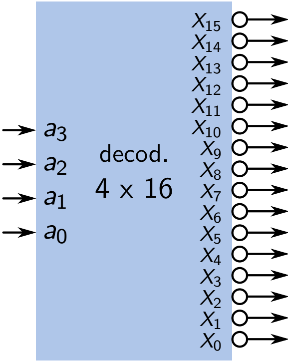
Decodificador 4 para 16
com saída ativa em nível **alto**

Decodificador binário

Decodificador n **entradas para** 2^n **saídas:** circuito digital com:

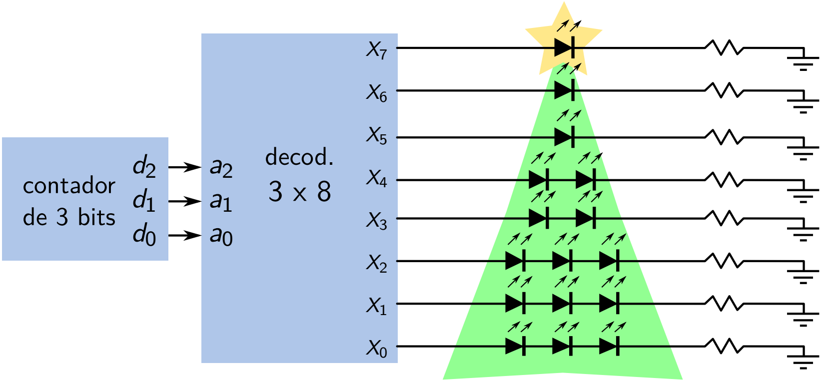
- n entradas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots a_1, a_0$
- 2^n saídas: $X_0, X_1, \dots, X_{2^n-1}$

Onde a saída X_i está ativa se o código $i = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1 a_0)_2$ está na entrada.



Decodificador 4 para 16
com saída ativa em nível **baixo**

- **Pisca-pisca de natal** (sequencial de luzes) com um decodificador e um contador binários.



Ver circuito `circuits/app_decoder.circ`

Codificador Binário (Encoder)

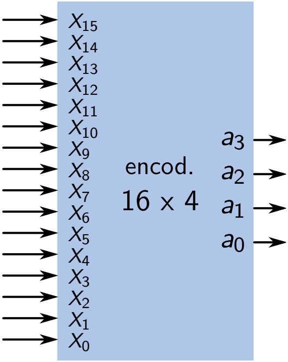
Codificador 2^n **para** n**:** Faz a operação reversa do codificador.

- 2^n entradas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$
- n saídas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$

Codificador Binário (Encoder)

Codificador 2^n **para** n**:** Faz a operação reversa do codificador.

- 2^n entradas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$
- n saídas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$

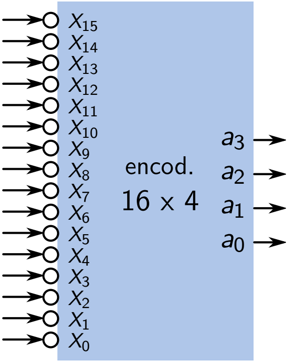


Codificador 16 para 4 com entrada ativa em nível **alto**

Codificador Binário (Encoder)

Codificador 2^n **para** n**:** Faz a operação reversa do codificador.

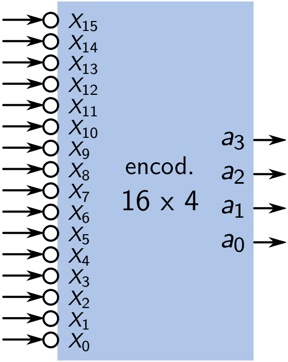
- 2^n entradas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$
- n saídas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$



Codificador 16 para 4 com entrada ativa em nível **baixo**

Codificador 2^n **para** n**:** Faz a operação reversa do codificador.

- 2^n entradas: $X_0, X_1, \ldots, X_{2^n-1}$
- n saídas: $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1, a_0$



Codificador 16 para 4 com entrada ativa em nível **baixo**

Para casa: fazer os diagramas dos codificadores 2 para 1, 4 para 2 e 8 para 3 com entradas: (a) ativas em nível alto; (b) ativas em nível baixo.

Exercício 5: Faça um circuito com:

- três entradas: D_0, D_1, S_0
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $S_0 = i$.

Exercício 5: Faça um circuito com:

- três entradas: D_0, D_1, S_0
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $S_0 = i$.

Tabela verdade:

D_0	D_1	S_0	Y
$\boxed{0}$	0	0	0
0	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{0}$	1	0	0
0	$\boxed{1}$	1	1
$\boxed{1}$	0	0	1
1	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{1}$	1	0	1
1	$\boxed{1}$	1	1

Exercício 5: Faça um circuito com:

- três entradas: D_0, D_1, S_0
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $S_0 = i$.

Tabela verdade:

D_0	D_1	S_0	Y
$\boxed{0}$	0	0	0
0	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{0}$	1	0	0
0	$\boxed{1}$	1	1
$\boxed{1}$	0	0	1
1	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{1}$	1	0	1
1	$\boxed{1}$	1	1

$$Y = \overline{S_0} D_0 + S_0 D_1$$

Exercício 5: Faça um circuito com:

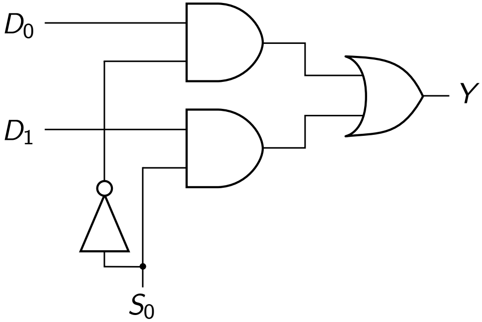
- três entradas: D_0, D_1, S_0
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $S_0 = i$.

Tabela verdade:

D_0	D_1	S_0	Y
$\boxed{0}$	0	0	0
0	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{0}$	1	0	0
0	$\boxed{1}$	1	1
$\boxed{1}$	0	0	1
1	$\boxed{0}$	1	0
$\boxed{1}$	1	0	1
1	$\boxed{1}$	1	1

$$Y = \overline{S_0} D_0 + S_0 D_1$$



Exercício 6: Faça um circuito com:

- seis entradas: $D_0, D_1, D_2, D_3, S_0, S_1$
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $(S_1 S_0)_2 = i$.

Exercício 6: Faça um circuito com:

- seis entradas: $D_0, D_1, D_2, D_3, S_0, S_1$
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $(S_1 S_0)_2 = i$.

"Tabela verdade":

S_1	S_0	Y
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3

Exercício 6: Faça um circuito com:

- seis entradas: $D_0, D_1, D_2, D_3, S_0, S_1$
- uma saída: Y

tal que $Y = D_i$ se $(S_1 S_0)_2 = i$.

"Tabela verdade":

S_1	S_0	Y
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$

Multiplexador

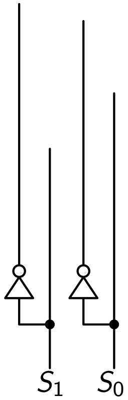
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$

Multiplexador

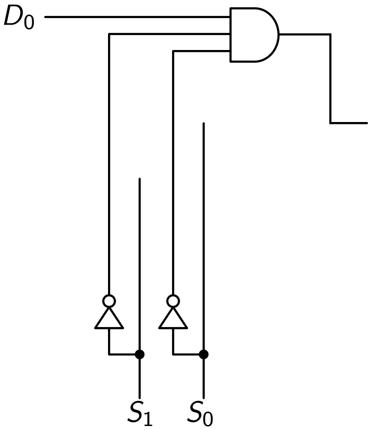
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



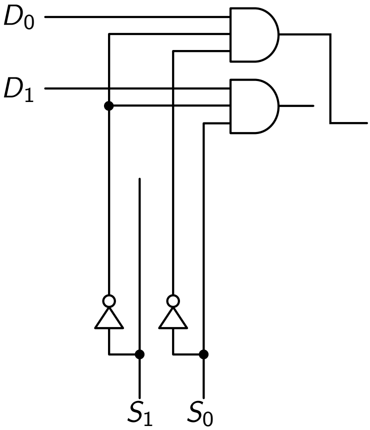
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



Exercício 6 – continuação

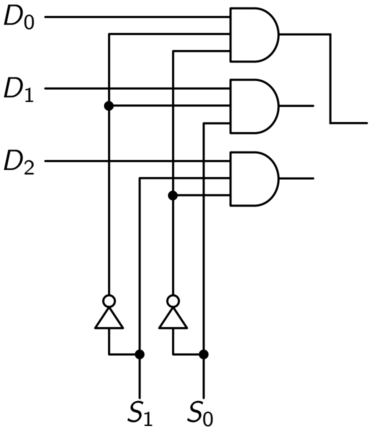
$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



Multiplexador

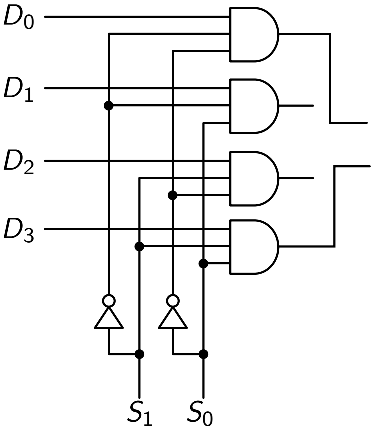
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



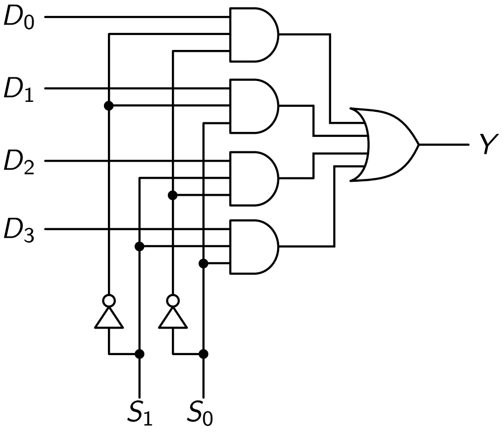
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



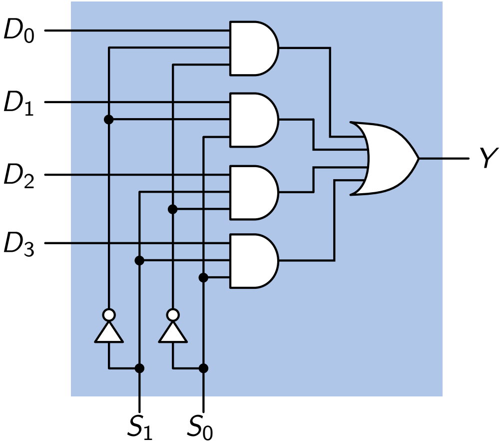
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



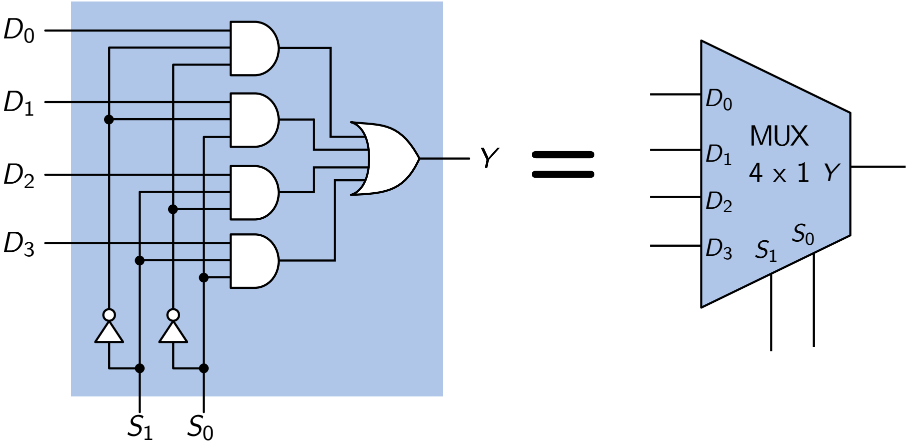
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



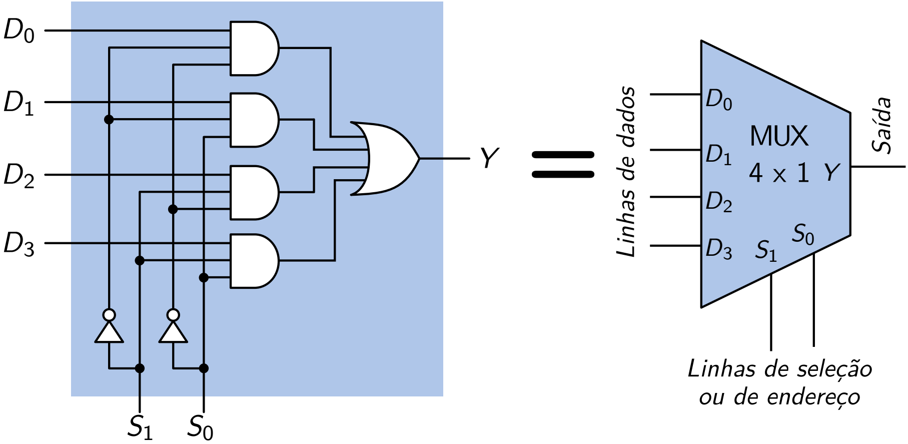
Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$

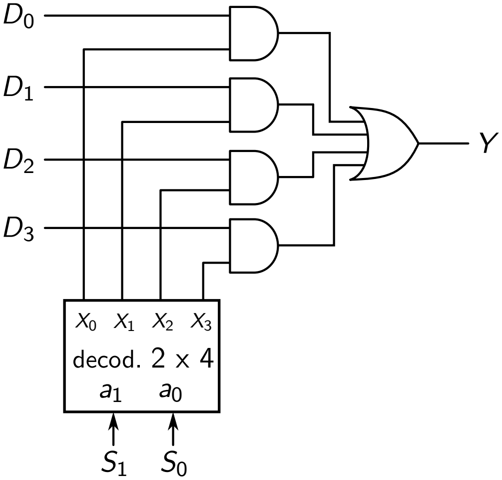


Exercício 6 – continuação

$$Y = \overline{S_1}\,\overline{S_0}\,D_0 + \overline{S_1}\,S_0\,D_1 + S_1\,\overline{S_0}\,D_2 + S_1\,S_0\,D_3$$



Outra maneira de se construir um MUX 4×1



Multiplexador

- Um **multiplexador** (ou MUX) $2^k \times 1$ é um circuito com:
  - k entradas de seleção de dado: $S_0, S_1, \ldots, S_{k-1}$ (também chamadas entradas de endereço)

Multiplexador

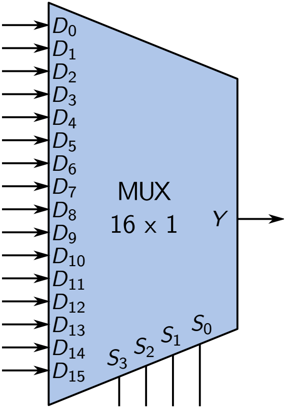
- Um **multiplexador** (ou MUX) $2^k \times 1$ é um circuito com:
  - k entradas de seleção de dado: $S_0, S_1, \ldots, S_{k-1}$ (também chamadas entradas de endereço)
  - 2^k entradas de dado: $D_0, D_1, \ldots, D_{2^k-1}$

Multiplexador

- Um **multiplexador** (ou MUX) $2^k \times 1$ é um circuito com:
  - k entradas de seleção de dado: $S_0, S_1, \ldots, S_{k-1}$ (também chamadas entradas de endereço)
  - 2^k entradas de dado: $D_0, D_1, \ldots, D_{2^k-1}$
  - uma saída: $Y = D_i$ se $i = (S_{k-1} S_{k-2} \ldots S_1 S_0)_2$

Multiplexador

- Um **multiplexador** (ou MUX) $2^k \times 1$ é um circuito com:
  - k entradas de seleção de dado: $S_0, S_1, \ldots, S_{k-1}$ (também chamadas entradas de endereço)
  - 2^k entradas de dado: $D_0, D_1, \ldots, D_{2^k-1}$
  - uma saída: $Y = D_i$ se $i = (S_{k-1}S_{k-2}\ldots S_1S_0)_2$

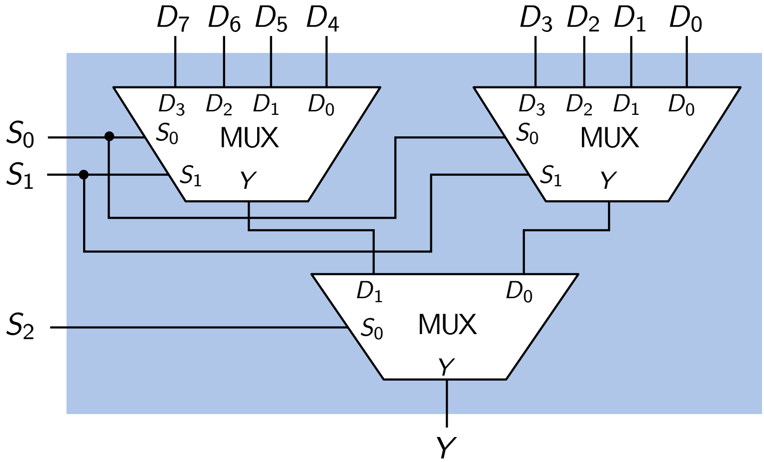


Exercício 7: Construa um MUX 8×1 a partir de multiplexadores menores.

- Endereço: S_2, S_1, S_0;   Dados: $D_0, D_1, \ldots, D_7$

Exercício 7: Construa um MUX 8×1 a partir de multiplexadores menores.

- Endereço: S_2, S_1, S_0; Dados: $D_0, D_1, \ldots, D_7$



Para casa:
(a) Construa um MUX 16×1 com multiplexadores 4×1.
(b) Construa um MUX 16×1 com multiplexadores 2×1.

- **Exercício 8**: construa um circuito com:
  - 8 entradas de dados $b_3, b_2, b_1, b_0,\ a_3, a_2, a_1, a_0$
  - 1 entrada de seleção Op
  - 4 saídas s_3, s_2, s_1, s_0

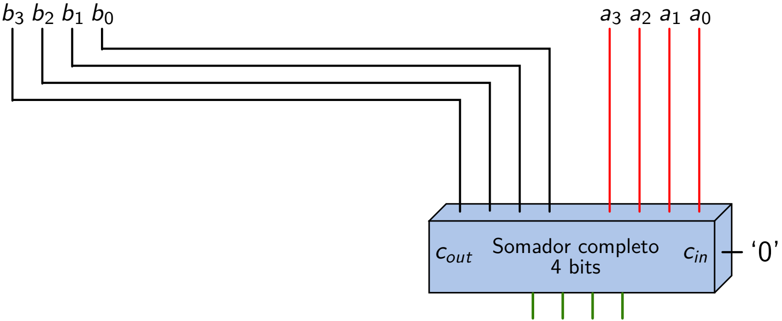
  tal que

$$(s_3 s_2 s_1 s_0)_2 = \begin{cases} (b_3 b_2 b_1 b_0)_2 + (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 & \text{se } Op = 0 \\ (b_3 b_2 b_1 b_0)_2 - (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 & \text{se } Op = 1 \end{cases}$$

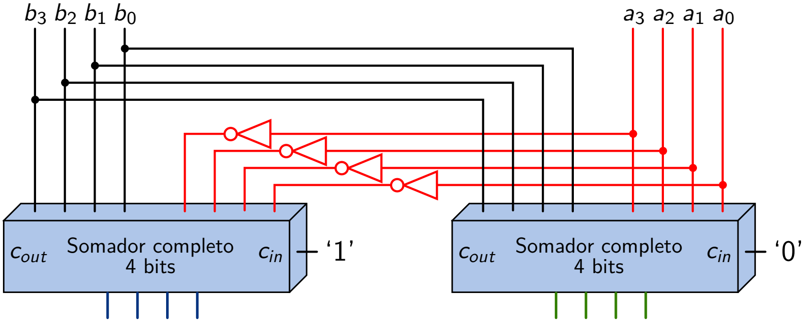
Todas as operações são com números sem sinal. Desconsidere os casos em que há overflow.

Resposta exercício 8

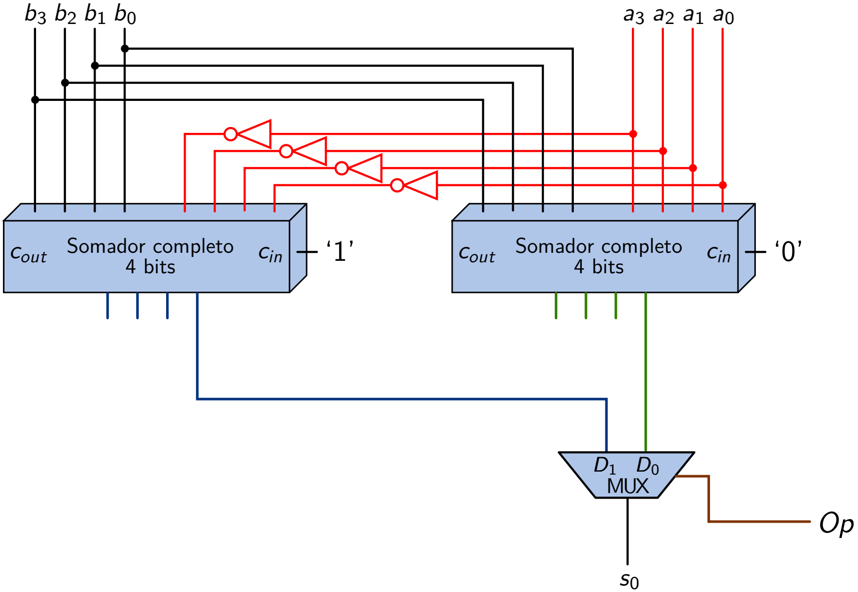
Resposta exercício 8



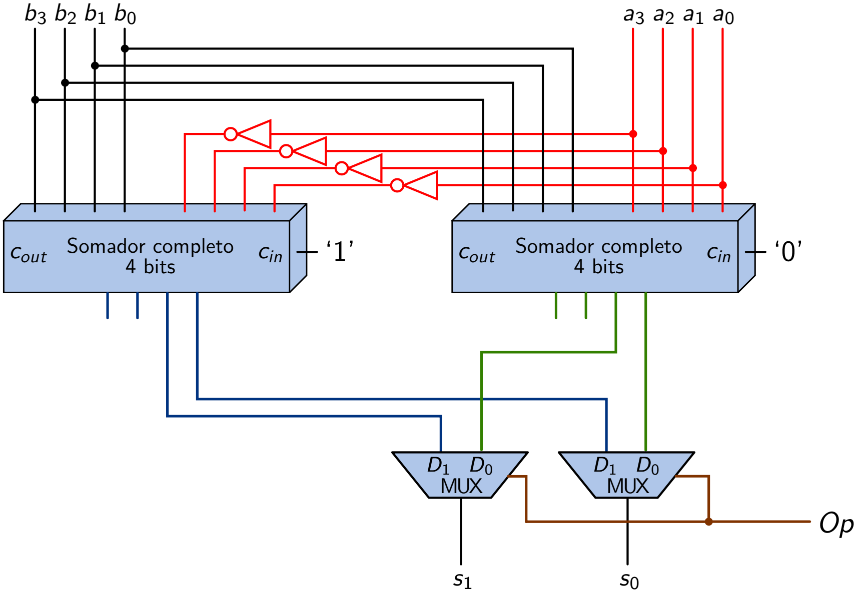
Resposta exercício 8



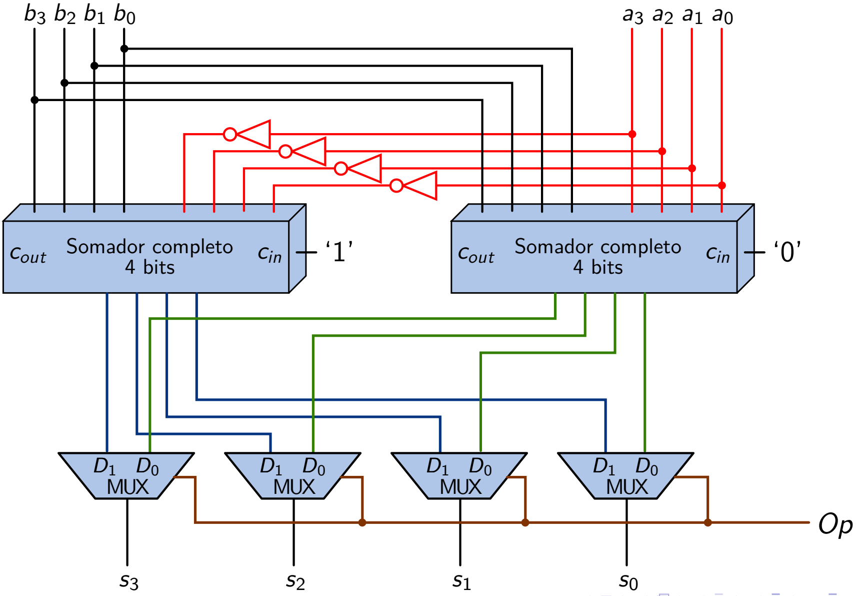
Resposta exercício 8



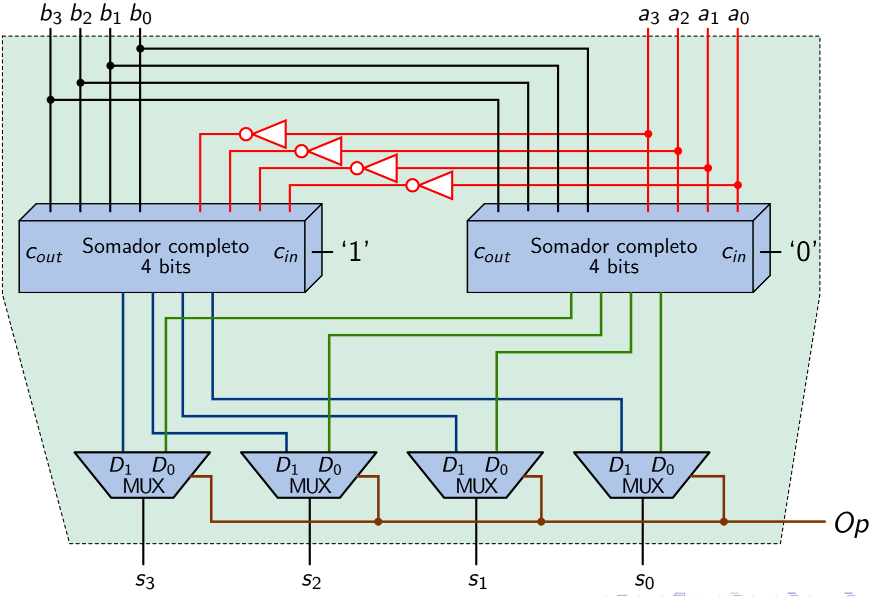
Resposta exercício 8



Resposta exercício 8



Resposta exercício 8



- **Unidade Lógico-Aritmética (ULA)**: circuito digital que faz operações lógicas e aritméticas. A operação a ser feita é selecionada pelos bits de seleção de operação $Op_0, Op_1, \ldots$.
  - A ULA do exercício anterior só possui 1 bit de operação, para escolher entre soma e subtração.

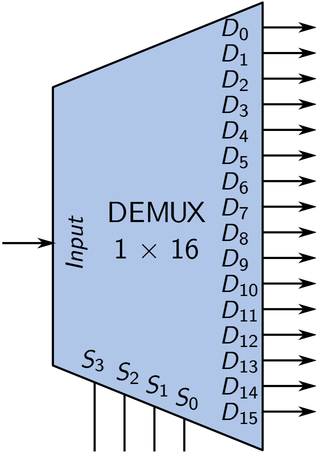
- **Unidade Lógico-Aritmética (ULA)**: circuito digital que faz operações lógicas e aritméticas. A operação a ser feita é selecionada pelos bits de seleção de operação $Op_0, Op_1, \ldots$.
  - A ULA do exercício anterior só possui 1 bit de operação, para escolher entre soma e subtração.
- **Para casa**: construa um circuito com:
  - 8 entradas de dados $b_3, b_2, b_1, b_0,\ a_3, a_2, a_1, a_0$
  - 2 entradas de seleção Op_1, Op_0
  - 4 saídas s_3, s_2, s_1, s_0

  tal que

$$(s_3 s_2 s_1 s_0)_2 = \begin{cases} (b_3 b_2 b_1 b_0)_2 + (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 & \text{se } (Op_1 Op_0)_2 = 0 \\ (b_3 b_2 b_1 b_0)_2 - (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 & \text{se } (Op_1 Op_0)_2 = 1 \\ (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 + 1 & \text{se } (Op_1 Op_0)_2 = 2 \\ (a_3 a_2 a_1 a_0)_2 - 1 & \text{se } (Op_1 Op_0)_2 = 3 \end{cases}$$

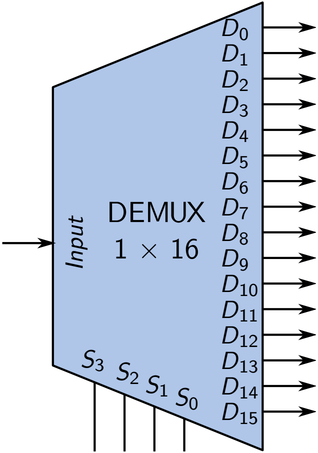
Todas as operações são com números sem sinal. Desconsidere os casos em que há overflow.

Demultiplexador (DEMUX): faz a operação reversa do multiplexador.



Demultiplexador

Demultiplexador (DEMUX): faz a operação reversa do multiplexador.



Para casa: fazer os circuitos para os demultiplexadores 1×2, 1×4, 1×8 e 1×16

Dica: use decodificadores.

Para casa

- Ler seções 6-5, 6-6, 6-8 e 6-9
  - Lembre-se: Leia e entenda! Não decore! Decorar funcionamento e descrição de circuito integrado não vale a pena!
- Ler seções 6-7 e 6-10 para aumentar a sua cultura.
- Exercícios: autotestes 7, 10, 11; problemas 14–18, 26, 27.
- **Importante:** lembre-se de fazer também os outros problemas para casa nestes slides.