

AULA 2: CONVERSÃO ENTRE BASES, ARITMÉTICA CIRCUITOS DIGITAIS

Rodrigo Hausen

CMCC – UFABC

25 de janeiro de 2013

<http://compscinet.org/circuitos>

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0,a_{-1}a_{-2}\dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

$$(0,8125)_{10} \times 2 = (\boxed{1},6250)_{10} \quad a_{-1} = 1$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

$$(0,8125)_{10} \times 2 = (1,6250)_{10} \quad a_{-1} = 1$$

$$(0,6250)_{10} \times 2 = (1,25)_{10} \quad a_{-2} = 1$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

$$(0,8125)_{10} \times 2 = (\boxed{1},6250)_{10} \quad a_{-1} = 1$$

$$(0,6250)_{10} \times 2 = (\boxed{1},25)_{10} \quad a_{-2} = 1$$

$$(0,25)_{10} \times 2 = (\boxed{0},50)_{10} \quad a_{-3} = 0$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

$$(0,8125)_{10} \times 2 = (\boxed{1},6250)_{10} \quad a_{-1} = 1$$

$$(0,6250)_{10} \times 2 = (\boxed{1},25)_{10} \quad a_{-2} = 1$$

$$(0,25)_{10} \times 2 = (\boxed{0},50)_{10} \quad a_{-3} = 0$$

$$(0,50)_{10} \times 2 = (\boxed{1},0)_{10} \quad a_{-4} = 1$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0, a_{-1} a_{-2} \dots)_{10}$ para base 2

Ex1.: $(0,8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2} a_{-3} \dots)_d$

$$(0,8125)_{10} \times 2 = (\boxed{1},6250)_{10} \quad a_{-1} = 1$$

$$(0,6250)_{10} \times 2 = (\boxed{1},25)_{10} \quad a_{-2} = 1$$

$$(0,25)_{10} \times 2 = (\boxed{0},50)_{10} \quad a_{-3} = 0$$

$$(0,50)_{10} \times 2 = (\boxed{1},0)_{10} \quad a_{-4} = 1$$

$$(0,0)_{10} \times 2 = (\boxed{0},0)_{10} \quad a_{-5} = 0$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$(0,8125)_{10} = (0,1101)_2$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$$(0,1)_{10} = (0,\overline{00011}\dots)_2$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$$(0,1)_{10} = (0,0\overline{0011}\dots)_2$$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$$(0,1)_{10} = (0,0\overline{0011}\dots)_2$$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6,22)_{10}$ para base 2

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$$(0,1)_{10} = (0,\overline{00011}\dots)_2$$

CAUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6,22)_{10}$ para base 2

$$110,001110000101000111101\dots$$

Ex3.: $(6,22)_{10}$ para base 16

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0,1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$$(0,1)_{10} = (0,0\overline{0011}\dots)_2$$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6,22)_{10}$ para base 2

$$110,001110000101000111101\dots$$

Ex3.: $(6,22)_{10}$ para base 16

$$6,3\overline{851EB}\dots$$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (\quad)_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (\text{1100})_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (\text{11000101, } \quad)_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (\text{11000101,0011})_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{c5,3E})_{16} = (\text{11000101,00111110})_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{c5,3E})_{16} = (\text{11000101,00111110})_2$
- Ex2.: $(\quad 10010,1001010)_2 = (\quad)_{16}$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (\text{11000101,00111110})_2$
- Ex2.: $(00010010,10010100)_2 = (\quad)_{16}$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\text{C5,3E})_{16} = (11000101,00111110)_2$
- Ex2.: $(00010010,10010100)_2 = (12,94)_{16}$

CONVERSÃO BASE 16 PARA BASE 2 E VICE-VERSA

- **De 16 para 2:** substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(C5,3E)_{16} = (11000101,00111110)_2$$

CONVERSÃO BASE 16 PARA BASE 2 E VICE-VERSA

- **De 16 para 2:** substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(C5,3E)_{16} = (11000101,00111110)_2$$

- **De 2 para 16:** agrupe de 4 em 4 os dígitos a partir da vírgula (da vírgula para os extremos). Considere como zeros os dígitos que estejam faltando para completar algum grupo.

$$(111110,1001101)_2 = (3E,9A)_{16}$$

CONVERSÃO BASE 16 PARA BASE 2 E VICE-VERSA

- **De 16 para 2:** substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(C5,3E)_{16} = (11000101,00111110)_2$$

- **De 2 para 16:** agrupe de 4 em 4 os dígitos a partir da vírgula (da vírgula para os extremos). Considere como zeros os dígitos que estejam faltando para completar algum grupo.

$$(111110,1001101)_2 = (3E,9A)_{16}$$

- Também é fácil converter da base 2 para a base 8 e vice-versa.
 $(73,44)_8 = (111011,100100)_2$ e
 $(11001011101,1101101)_2 = (3135,664)_8$
(note que todos os inteiros com até 3 algarismos na base 2 podem ser representados por apenas 1 algarismo na base 8)

BASES MAIS UTILIZADAS EM COMPUTAÇÃO

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.

BASES MAIS UTILIZADAS EM COMPUTAÇÃO

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (7E)_{16}$$

BASES MAIS UTILIZADAS EM COMPUTAÇÃO

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (7E)_{16}$$

- Como é muito fácil converter da base 2 para as bases 8 e 16 e vice-versa, estas bases costumam também ser muito usadas.

BASES MAIS UTILIZADAS EM COMPUTAÇÃO

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (7E)_{16}$$

- Como é muito fácil converter da base 2 para as bases 8 e 16 e vice-versa, estas bases costumam também ser muito usadas.
- **Para casa:**
 - 1 um número inteiro com exatamente n dígitos quando representado na base 2 terá, no mínimo, quantos dígitos em sua representação decimal?
 - 2 e no máximo?
 - 3 dado um número inteiro cuja representação decimal possui N dígitos, quantos dígitos serão necessários, no máximo, para representá-lo na base 2?

BASES MAIS UTILIZADAS EM COMPUTAÇÃO

Nomes para as bases mais usadas:

- Base 2 = base binária
- Base 8 = base octal
- Base 10 = base decimal
- Base 16 = base hexadecimal

Além dessas, há outras bases menos usadas em computação, tais como a base 64, que não possuem nomes especiais.

Perguntas que responderemos hoje:

- Por que quando somamos dois números na base 10, podemos colocar “um sobre o outro” e somar os dígitos individualmente, tomando cuidado com o “vai um”?
- Qual o significado do “vai um”?
- Será que o mesmo procedimento de soma também funciona em outras bases?

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{“vai-uns”} \\ 397 \\ 654 \quad + \\ \hline 1051 \end{array}$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{“vai-uns”} \\ 397 \\ 654 \quad + \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\ + 654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$397 + 654 = (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$\begin{aligned} 397 + 654 &= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0 \\ &= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0 \end{aligned}$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$397 + 654 = (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1}_{\text{vai um}} + 1 \cdot 10^0$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$397 + 654 = (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0}_{\text{vai um}}$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5 + 1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$397 + 654 = (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0}_{\text{vai um}}$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5 + 1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

\vdots

$$= 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

ANALISANDO A SOMA

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{r} 111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 397 \\ + 654 \\ \hline 1051 \end{array}$$

$$397 = 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$+ 654 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$397 + 654 = (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (7 + 4) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0}_{\text{vai um}}$$

$$= (3 + 6) \cdot 10^2 + (9 + 5 + 1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

\vdots
 \vdots

$$1051 = 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

ALGORITMO DA SOMA

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ e

$$B = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$ com $n + 1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

VaiUm \leftarrow 0

PARA $i = 0 \dots n-1$

SE VaiUm = 0

$c_i \leftarrow$ Tabuada[a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow TemVaiUm [a_i] [b_i]

SENÃO

$c_i \leftarrow$ TabuadaComVaiUm [a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow VaiUmComVemUm [a_i] [b_i]

$c_n \leftarrow$ VaiUm

ALGORITMO DA SOMA

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ e

$$B = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$ com $n + 1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

VaiUm \leftarrow 0

PARA $i = 0 \dots n-1$

SE VaiUm = 0

$c_i \leftarrow$ Tabuada[a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow TemVaiUm [a_i] [b_i]

SENÃO

$c_i \leftarrow$ TabuadaComVaiUm [a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow VaiUmComVemUm [a_i] [b_i]

$c_n \leftarrow$ VaiUm

Tabuada	=	Matriz[10][10]
0	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
2	2 3 4 5 6 7 8 9 0 1	2 3 4 5 6 7 8 9 0 1
3	3 4 5 6 7 8 9 0 1 2	3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
⋮	⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮	⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮
9	9 0 1 2 3 4 5 6 7 8	9 0 1 2 3 4 5 6 7 8

ALGORITMO DA SOMA

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ e

$$B = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$ com $n + 1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

VaiUm \leftarrow 0

PARA $i = 0 \dots n-1$

SE VaiUm = 0

$c_i \leftarrow$ Tabuada[a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow TemVaiUm [a_i] [b_i]

SENÃO

$c_i \leftarrow$ TabuadaComVaiUm [a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow VaiUmComVemUm [a_i] [b_i]

$c_n \leftarrow$ VaiUm

TabuadaComVaiUm = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ALGORITMO DA SOMA

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ e

$$B = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$ com $n + 1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

VaiUm \leftarrow 0

PARA $i = 0 \dots n-1$

SE VaiUm = 0

$c_i \leftarrow$ Tabuada[a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow TemVaiUm [a_i] [b_i]

SENÃO

$c_i \leftarrow$ TabuadaComVaiUm [a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow VaiUmComVemUm [a_i] [b_i]

$c_n \leftarrow$ VaiUm

TemVaiUm	=	Matriz[10][10]									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
3		0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9		0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ALGORITMO DA SOMA

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$ e

$$B = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$ com $n + 1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

VaiUm \leftarrow 0

PARA $i = 0 \dots n-1$

SE VaiUm = 0

$c_i \leftarrow$ Tabuada[a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow TemVaiUm [a_i] [b_i]

SENÃO

$c_i \leftarrow$ TabuadaComVaiUm [a_i] [b_i]

VaiUm \leftarrow VaiUmComVemUm [a_i] [b_i]

$c_n \leftarrow$ VaiUm

VaiUmComVemUm = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ALGORITMO DA SOMA

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja,
 $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$\begin{array}{r} 1\ 1111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 101011 \\ 100111 \quad + \\ \hline 1010010 \end{array}$$

ALGORITMO DA SOMA

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja,
 $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 101011 \\ 100111 \quad + \\ \hline 1010010 \end{array}$$

Tabuada na base 2: bem mais simples!

ALGORITMO DA SOMA

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja,
 $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1111 \quad \leftarrow \text{"vai-uns"} \\ 101011 \\ + 100111 \\ \hline 1010010 \end{array}$$

Tabuada na base 2: bem mais simples!

Tabuada	TemVaiUm	TabuadaComVaiUm	VaiUmComVemUm																																				
<table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>		0	1	0	0	1	1	1	0	<table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>		0	1	0	0	0	1	0	1	<table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>		0	1	0	1	0	1	0	1	<table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>		0	1	0	0	1	1	1	1
	0	1																																					
0	0	1																																					
1	1	0																																					
	0	1																																					
0	0	0																																					
1	0	1																																					
	0	1																																					
0	1	0																																					
1	0	1																																					
	0	1																																					
0	0	1																																					
1	1	1																																					

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 110001 \\ - 10011 \\ \hline \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 110001 \\ - 10011 \\ \hline 0 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} & 0 < 1, \text{ pede emprestado} \\ & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & & & & 0 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ - \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline \ 0 \end{array}$$

Diagram illustrating the binary subtraction $110001 - 10011$. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011 . The result is 0 . The diagram shows the borrowing process: a red arrow labeled "pede" (asks for) points from the 0 in the 5th position (from the right) to the 0 in the 4th position, indicating that the 0 in the 5th position is borrowing from the 0 in the 4th position.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 1 1 0 0 1 \\ - 1 0 0 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

Diagram illustrating the binary subtraction $110001 - 10011$. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011 . The result is 000000 . The diagram shows the borrowing process: the minuend's digit 0 at the 5th position (from the right) is highlighted in cyan, and the subtrahend's digit 1 at the same position is highlighted in cyan. Red arrows labeled "pede" (asks for) point from the 0 in the minuend to the 1 in the subtrahend, and from the 0 in the subtrahend to the 0 in the minuend at the 4th position, indicating the borrowing chain.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 110001 \\ - 10011 \\ \hline 0 \end{array}$$

Diagram illustrating the binary subtraction $110001 - 10011$. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011 . The result is 0 . The diagram shows the borrowing process: a green arrow points from the 5th bit (0) to the 4th bit (0), and two red arrows point from the 4th bit (0) to the 3rd bit (0) and the 2nd bit (0), indicating the borrowing chain.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} \\ 1 \cancel{0} 10 0 1 \\ - 1 0 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

The diagram illustrates the binary subtraction process. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011. The result is 0. The diagram shows the borrowing process: a 0 is borrowed from the left, indicated by a green arrow, and used to subtract from the 0 in the minuend, resulting in 10. This 10 is then used to subtract from the 1 in the subtrahend, resulting in 0. This process repeats for the next two digits, with red arrows indicating the borrowing from the 0 in the minuend to the 0 in the subtrahend, resulting in 00. The final result is 0.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} \\ 1 \cancel{0} 10 0 1 \\ - 1 0 1 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

The diagram illustrates the binary subtraction process. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011. The result is 0. The diagram shows the borrowing process: a 0 is borrowed from the left, indicated by green arrows, and used to subtract from the 0 in the minuend, resulting in 10. This process repeats for the next two positions. The final result is 0.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \\ 1 \ ~~1~~ \ ~~0~~ \ ~~0~~ \ 10 \ 1 \\ - 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 0 1 1 \\ 1 \cancel{0} \cancel{0} \cancel{0} 10 1 \\ - 1 0 1 1 \\ \hline 1 1 1 0 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 110001 \\ - 10011 \\ \hline 11110 \end{array}$$

The diagram illustrates the binary subtraction process. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011. The result is 11110. A cyan vertical bar highlights the first column (the 2⁵ place) where the minuend has a 0 and the subtrahend has a 1. A red arrow points from the 1 in the second column (the 2⁴ place) of the minuend to the 0 in the first column, indicating a borrow. The 0 in the first column is crossed out with a red 'X', and the 1 in the second column is also crossed out with a red 'X'. The 0 in the third column (the 2³ place) is crossed out with a red 'X', and the 0 in the fourth column (the 2² place) is crossed out with a red 'X'. The 10 in the fifth column (the 2¹ place) is crossed out with a red 'X', and the 1 in the sixth column (the 2⁰ place) is crossed out with a red 'X'. The final result is 11110.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 0 1 \\ \cancel{0} \cancel{1} \cancel{0} 10 \\ - 1 0 1 \\ \hline 1 1 0 \end{array}$$

The diagram illustrates the binary subtraction $110001 - 10011$. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011 . The result is 11110 . A cyan vertical bar highlights the borrowing process at the second bit from the right. A green arrow points from the 0 in the minuend to the 1 in the subtrahend, indicating the borrow. The 0 in the minuend becomes 10 (written as 10), and the 1 in the subtrahend becomes 0 . The bits 0 , 1 , and 0 in the minuend are crossed out with red X's.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{r} 0 \quad 10 \quad 1 \quad 1 \\ \times \quad \times \quad \times \quad \times \quad 10 \quad 1 \\ - \quad \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ \hline \quad \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “emprста” do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 – 10011

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccccc} 0 & 10 & 1 & 1 & & \\ \times & \times & \times & \times & 10 & 1 \\ - & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

The diagram illustrates the binary subtraction process. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011. The result is 11110. The first column (leftmost) shows a 0 in the minuend and a 1 in the subtrahend. A red 'X' is placed over the 0, and a green arrow points from the 0 to the 10 in the second column, indicating a borrow. The second column shows a 10 in the minuend and a 1 in the subtrahend, with a red 'X' over the 10. The third column shows a 1 in the minuend and a 0 in the subtrahend, with a red 'X' over the 1. The fourth column shows a 1 in the minuend and a 0 in the subtrahend, with a red 'X' over the 1. The fifth column shows a 10 in the minuend and a 0 in the subtrahend. The sixth column shows a 1 in the minuend and a 1 in the subtrahend. The seventh column shows a 1 in the minuend and a 1 in the subtrahend. The result is 11110.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “emprста” do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 – 10011

	0	10	1	1		
	X	X	X	X	10	1
–		1	0	0	1	1
	0	1	1	1	1	0

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 – 10011

$$\begin{array}{r} 01011 \\ \text{X} \text{X} \text{X} \text{X} 101 \\ - \quad 10011 \\ \hline 011110 \end{array}$$

The diagram shows the binary subtraction of 10011 from 110001. The minuend is 110001 and the subtrahend is 10011. The result is 011110. The first bit of the minuend (0) is highlighted in cyan. A green arrow points from this 0 to the first bit of the subtrahend (1), indicating a borrow. The bits of the minuend that are crossed out with red X's are the 1s in the second, third, and fourth positions from the right, which were borrowed from.

= 11110

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{6 \text{ uns}} - 10011 = 101100$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{6 \text{ uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{6 \text{ uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa
- Complemento a 2: é o complemento a 1, adicionado de 1 unidade:

$$111111 - 10011 + 1 = 101101$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: $110001 - 10011$

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{6 \text{ uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa
- Complemento a 2: é o complemento a 1, adicionado de 1 unidade:

$$111111 - 10011 + 1 = 101101$$

- Denotaremos o complemento a 2 de um número B por

$$\overline{B} + 1$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último “vai-um”

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último “vai-um”

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

$\overline{B} = 101100$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último “vai-um”

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

$\overline{B} = 101100$, $\overline{B} + 1 = 101101$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último “vai-um”

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

$\overline{B} = 101100$, $\overline{B} + 1 = 101101$

$A + (\overline{B} + 1) =$

	1				1		vai-uns
		1	1	0	0	0	1
+		1	0	1	1	0	1
<hr/>							
	1	0	1	1	1	1	0

ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO

```
Subtração(A[0...n-1], B[0...n-1])
   $\bar{B} \leftarrow \text{ComplementoAUm}(B)$ 
  Um  $\leftarrow \text{Array}[0...n]$ 
  Um[0]  $\leftarrow 1$ 
  ComplementoADois  $\leftarrow \text{Soma}(\bar{B}, \text{Um})$ 
  // descarta n+1-ésimo dígito criado para a soma
  ComplementoADois  $\leftarrow \text{ComplementoADois}[0...n-1]$ 
  C  $\leftarrow \text{Soma}(A, \text{ComplementoADois})$ 
  C  $\leftarrow C[0...n-1]$  // descarta vai-um
  RETORNE C
```

ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO

```
Subtração(A[0...n-1], B[0...n-1])
   $\bar{B} \leftarrow \text{ComplementoAUm}(B)$ 
  Um  $\leftarrow \text{Array}[0...n]$ 
  Um[0]  $\leftarrow 1$ 
  ComplementoADois  $\leftarrow \text{Soma}(\bar{B}, \text{Um})$ 
  // descarta n+1-ésimo dígito criado para a soma
  ComplementoADois  $\leftarrow \text{ComplementoADois}[0...n-1]$ 
  C  $\leftarrow \text{Soma}(A, \text{ComplementoADois})$ 
  C  $\leftarrow C[0...n-1]$  // descarta vai-um
  RETORNE C
```

```
ComplementoAUm(B[0...n-1])
   $\bar{B} \leftarrow \text{Array}[0...n-1]$ 
  PARA i = 0...n-1 FAÇA
    SE B[i] = 0 ENTÃO  $\bar{B}[i] \leftarrow 1$ 
    SE B[i] = 1 ENTÃO  $\bar{B}[i] \leftarrow 0$ 
  RETORNE  $\bar{B}$ 
```

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.
- Como efetuar a subtração? Pelo jeito tradicional, é necessário trocar a ordem das parcelas e colocar o sinal de menos à esquerda do resultado.

$$10011 - 110001 = -(110001 - 10011) = -11110$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.
- Como efetuar a subtração? Pelo jeito tradicional, é necessário trocar a ordem das parcelas e colocar o sinal de menos à esquerda do resultado.

$$10011 - 110001 = -(110001 - 10011) = -11110$$

- Note o algoritmo tradicional falha se, e somente se, o minuendo for menor que o subtraendo. E se usarmos complemento a 2?

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$A = 010011$, $B = 110001$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$$A = 010011, B = 110001$$

$$\bar{B} = 001110, \bar{B} + 1 = 001111$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$$A = 010011, B = 110001$$

$$\bar{B} = 001110, \bar{B} + 1 = 001111$$

$$A + (\bar{B} + 1) = 010011 + 001111 =$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$$A = 010011, B = 110001$$

$$\bar{B} = 001110, \bar{B} + 1 = 001111$$

$$A + (\bar{B} + 1) = 010011 + 001111 =$$

		1	1	1	1	1		← vai-uns
		0	1	0	0	1	1	
+		0	0	1	1	1	1	
<hr/>								
		1	0	0	0	1	0	

Não tem último vai-um!

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:

$$A = 010011, B = 110001$$

$$A + (\bar{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:

$$A = 010011, B = 110001$$

$$A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$$

- Mas, calculando o complemento a 2 do resultado:

$$\overline{100010} + 1 = 011101 + 1 = 011110 \text{ (mágica?)}$$

SUBTRAÇÃO BINÁRIA: NÚMEROS NEGATIVOS

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:

$$A = 010011, B = 110001$$

$$A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$$

- Mas, calculando o complemento a 2 do resultado:

$$\overline{100010} + 1 = 011101 + 1 = 011110 \text{ (mágica?)}$$

Para casa: Para a soma binária, prove que no caso $A = 0a_{n-2} \dots a_0$ e $B = 0b_{n-2} \dots b_0$, onde $A < B$, então:

(1) o resultado da soma $A + (\overline{B} + 1)$ não tem vai-um c_n ;

(2) $A + (\overline{B} + 1) + 1 = B - A$.

Altere o algoritmo da subtração usando complemento a 2 para funcionar com diferenças negativas (escreva pseudocódigo).

- Acessar o site <http://compscinet.org/circuitos> e ler as informações sobre o curso com cuidado

- Acessar o site <http://compscinet.org/circuitos> e ler as informações sobre o curso com cuidado
- Obter o livro:
Thomas Floyd. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações, 9ed.
Editora Bookman, 2007.

- Acessar o site <http://compscinet.org/circuitos> e ler as informações sobre o curso com cuidado
- Obter o livro:
Thomas Floyd. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações, 9ed. Editora Bookman, 2007.
- Leitura recomendada: Floyd, seções 2-1 a 2-6 (menos a parte de números em ponto flutuante), 2-7, 2-8.
- Exercícios recomendados: autoteste 1 a 16, problemas de 1 a 40 (exceto 27 e 28)