Aula 2: Conversão entre Bases, Aritmética

Circuitos Digitais

Rodrigo Hausen

CMCC – UFABC

25 de janeiro de 2013

http://compscinet.org/circuitos

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\ldots)_d$

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\ldots)_d$

$$(0{,}8125)_{10} \times 2 \quad = \quad (\boxed{1}{,}6250)_{10} \qquad\qquad a_{-1} = 1$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\ldots)_d$

$$
\begin{aligned}
(0{,}8125)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}6250)_{10} & a_{-1} = 1 \\
(0{,}6250)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}25)_{10} & a_{-2} = 1
\end{aligned}
$$

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\dots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\dots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\dots)_d$

$$
\begin{aligned}
(0{,}8125)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}6250)_{10} & a_{-1} &= 1 \\
(0{,}6250)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}25)_{10} & a_{-2} &= 1 \\
(0{,}25)_{10} \times 2 &= (\boxed{0}{,}50)_{10} & a_{-3} &= 0
\end{aligned}
$$

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\ldots)_d$

$$
\begin{array}{rcll}
(0{,}8125)_{10} \times 2 & = & (\boxed{1}{,}6250)_{10} & a_{-1} = 1 \\
(0{,}6250)_{10} \times 2 & = & (\boxed{1}{,}25)_{10} & a_{-2} = 1 \\
(0{,}25)_{10} \times 2 & = & (\boxed{0}{,}50)_{10} & a_{-3} = 0 \\
(0{,}50)_{10} \times 2 & = & (\boxed{1}{,}0)_{10} & a_{-4} = 1
\end{array}
$$

números positivos menores do que 1: $(0{,}a_{-1}a_{-2}\ldots)_{10}$ para base 2
Ex1.: $(0{,}8125)_{10}$ p/ base 2

Grande sacada: observe que $(0{,}a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_d \times d = (a_{-1}, a_{-2}a_{-3}\ldots)_d$

$$
\begin{aligned}
(0{,}8125)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}6250)_{10} & a_{-1} = 1 \\
(0{,}6250)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}25)_{10} & a_{-2} = 1 \\
(0{,}25)_{10} \times 2 &= (\boxed{0}{,}50)_{10} & a_{-3} = 0 \\
(0{,}50)_{10} \times 2 &= (\boxed{1}{,}0)_{10} & a_{-4} = 1 \\
(0{,}0)_{10} \times 2 &= (\boxed{0}{,}0)_{10} & a_{-5} = 0 \\
\vdots \quad & \vdots \quad \vdots
\end{aligned}
$$

$(0{,}8125)_{10} = (0{,}1101)_2$

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$(0{,}1)_{10} = (0{,}0\overline{0011}\ldots)_2$

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$(0{,}1)_{10} = (0{,}0\overline{0011}\ldots)_2$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$(0{,}1)_{10} = (0{,}0\overline{0011}\ldots)_2$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6{,}22)_{10}$ para base 2

CONVERSÃO DA BASE 10 PARA BASE d

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$(0{,}1)_{10} = (0{,}0\overline{0011}\ldots)_2$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6{,}22)_{10}$ para base 2
$110{,}\overline{0011100001010001111101}\ldots$

Ex3.: $(6{,}22)_{10}$ para base 16

Ex2.: $(0{,}1)_{10}$ para base 2 (na lousa)

$(0{,}1)_{10} = (0{,}0\overline{0011}\ldots)_2$

CUIDADO! Nem todo número fracionário que possui representação finita na base 10, também possui representação finita em outras bases.

Ex3.: $(6{,}22)_{10}$ para base 2
$110{,}\overline{00111000010100011110 1}\ldots$

Ex3.: $(6{,}22)_{10}$ para base 16
$6{,}3\overline{851EB}\ldots$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (\qquad\qquad\qquad)_2$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5,3\mathtt{E})_{16} = (1100 \quad)_2$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101, \qquad)_2$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}0011\qquad)_2$

CONVERSÃO DA BASE 2 PARA BASE 16 E VICE-VERSA

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$
- Ex2.: $(\quad 10010{,}1001010 \quad)_2 = (\qquad)_{16}$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$
- Ex2.: $(00010010{,}10010100)_2 = (\qquad)_{16}$

- Tabela de conversão entre números de um dígito em base 16 para números de 4 dígitos na base 2

Base 16	Base 2	Base 16	Base 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Todos os inteiros de até 4 dígitos em base 2 correspondem a números de exatamente 1 dígito em base 16

- Ex1.: $(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$
- Ex2.: $(00010010{,}10010100)_2 = (12{,}94)_{16}$

Conversão base 16 para base 2 e vice-versa

- **De 16 para 2**: substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(\mathtt{C5,3E})_{16} = (\mathtt{11000101,00111110})_2$$

Conversão base 16 para base 2 e vice-versa

- **De 16 para 2**: substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(\mathtt{C}5{,}3\mathtt{E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$$

- **De 2 para 16**: agrupe de 4 em 4 os dígitos a partir da vírgula (da vírgula para os extremos). Considere como zeros os dígitos que estejam faltando para completar algum grupo.

$$(111110{,}1001101)_2 = (3\mathtt{E}{,}9\mathtt{A})_{16}$$

Conversão base 16 para base 2 e vice-versa

- **De 16 para 2**: substitua cada dígito na base 16 pelos 4 dígitos correspondentes na base 2

$$(\mathtt{C5{,}3E})_{16} = (11000101{,}00111110)_2$$

- **De 2 para 16**: agrupe de 4 em 4 os dígitos a partir da vírgula (da vírgula para os extremos). Considere como zeros os dígitos que estejam faltando para completar algum grupo.

$$(111110{,}1001101)_2 = (\mathtt{3E{,}9A})_{16}$$

- Também é fácil converter da base 2 para a base 8 e vice-versa. $(73{,}44)_8 = (111011{,}100100)_2$ e $(11001011101{,}1101101)_2 = (3135{,}664)_8$ (note que todos os inteiros com até 3 algarismos na base 2 podem ser representados por apenas 1 algarismo na base 8)

Bases mais utilizadas em computação

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.

Bases mais utilizadas em computação

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (\mathtt{7E})_{16}$$

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (\mathtt{7E})_{16}$$

- Como é muito fácil converter da base 2 para as bases 8 e 16 e vice-versa, estas bases costumam também ser muito usadas.

- Por razões que veremos mais à frente, a base 2 é a base mais usada em computação hoje em dia.
- Note que um número inteiro costuma ter menos dígitos quando é representado numa base maior.

$$(1111110)_2 = (126)_{10} = (\mathtt{7E})_{16}$$

- Como é muito fácil converter da base 2 para as bases 8 e 16 e vice-versa, estas bases costumam também ser muito usadas.
- **Para casa**:
  1. um número inteiro com exatamente *n* dígitos quando representado na base 2 terá, no mínimo, quantos dígitos em sua representação decimal?
  2. e no máximo?
  3. dado um número inteiro cuja representação decimal possui *N* dígitos, quantos dígitos serão necessários, no máximo, para representá-lo na base 2?

Bases mais utilizadas em computação

Nomes para as bases mais usadas:

- Base 2 = base binária
- Base 8 = base octal
- Base 10 = base decimal
- Base 16 = base hexadecimal

Além dessas, há outras bases menos usadas em computação, tais como a base 64, que não possuem nomes especiais.

Perguntas que responderemos hoje:

- Por que quando somamos dois números na base 10, podemos colocar "um sobre o outro" e somar os dígitos individualmente, tomando cuidado com o "vai um"?
- Qual o significado do "vai um"?
- Será que o mesmo procedimento de soma também funciona em outras bases?

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{rl} 1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\ 3\,9\,7 & \\ 6\,5\,4 & + \\ \hline 1\,0\,5\,1 & \end{array}$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}
$$

$$397 \quad = \quad 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0
\end{aligned}$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$\begin{array}{rl} 1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\ 3\,9\,7 & \\ 6\,5\,4 & + \\ \hline 1\,0\,5\,1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\ +\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\ 397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \end{aligned}$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\
397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0
\end{aligned}
$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\
397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1}_{\text{vai um}} + 1 \cdot 10^0
\end{aligned}
$$

Analisando a soma

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
111 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
397 & \\
654 & + \\
\hline
1051 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\
397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1}_{\text{vai um}} + 1 \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5+1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0
\end{aligned}
$$

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+\,654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\
397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1}_{\text{vai um}} + 1 \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5+1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 \\
&\;\;\vdots \quad \vdots \\
&= 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0
\end{aligned}
$$

Ex.: $397 + 654 = 1051$

$$
\begin{array}{rl}
1\,1\,1 & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
3\,9\,7 & \\
6\,5\,4 & + \\
\hline
1\,0\,5\,1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
397 &= 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\
+654 &= 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \\
397 + 654 &= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (7+4) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + (11) \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5) \cdot 10^1 + \underbrace{1 \cdot 10^1}_{\text{vai um}} + 1 \cdot 10^0 \\
&= (3+6) \cdot 10^2 + (9+5+1) \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 \\
\vdots\;\; & \;\;\vdots \\
1051 &= 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0
\end{aligned}
$$

Algoritmo da soma

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$ e $B = b_{n-1}b_{n-2}\dots b_1b_0$
Saída: número $C = c_nc_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0$ com $n+1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

```
VaiUm ← 0
PARA i = 0...n-1
  SE VaiUm = 0
    c_i ← Tabuada[a_i][b_i]
    VaiUm ← TemVaiUm[a_i][b_i]
  SENÃO
    c_i ← TabuadaComVaiUm[a_i][b_i]
    VaiUm ← VaiUmComVemUm[a_i][b_i]
c_n ← VaiUm
```

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$ e $B = b_{n-1}b_{n-2}\dots b_1b_0$
Saída: número $C = c_nc_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0$ com $n+1$ algarismos que representa a soma $A+B$.

```
VaiUm ← 0
PARA i = 0...n-1
  SE VaiUm = 0
    c_i ← Tabuada[a_i][b_i]
    VaiUm ← TemVaiUm[a_i][b_i]
  SENÃO
    c_i ← TabuadaComVaiUm[a_i][b_i]
    VaiUm ← VaiUmComVemUm[a_i][b_i]
c_n ← VaiUm
```

Tabuada = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1 a_0$ e $B = b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_1 b_0$

Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \ldots c_1 c_0$ com $n+1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

```
VaiUm ← 0
PARA i = 0...n-1
  SE VaiUm = 0
    c_i ← Tabuada[a_i][b_i]
    VaiUm ← TemVaiUm[a_i][b_i]
  SENÃO
    c_i ← TabuadaComVaiUm[a_i][b_i]
    VaiUm ← VaiUmComVemUm[a_i][b_i]
c_n ← VaiUm
```

TabuadaComVaiUm = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1 a_0$ e $B = b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_1 b_0$
Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \ldots c_1 c_0$ com $n+1$ algarismos que representa a soma $A + B$.

```
VaiUm ← 0
PARA i = 0...n-1
  SE VaiUm = 0
    c_i ← Tabuada[a_i][b_i]
    VaiUm ← TemVaiUm[a_i][b_i]
  SENÃO
    c_i ← TabuadaComVaiUm[a_i][b_i]
    VaiUm ← VaiUmComVemUm[a_i][b_i]
c_n ← VaiUm
```

TemVaiUm = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Entrada: números com n algarismos $A = a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1 a_0$ e $B = b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_1 b_0$
Saída: número $C = c_n c_{n-1} c_{n-2} \ldots c_1 c_0$ com $n+1$ algarismos que representa a soma $A+B$.

```
VaiUm ← 0
PARA i = 0...n-1
  SE VaiUm = 0
    c_i ← Tabuada[a_i][b_i]
    VaiUm ← TemVaiUm[a_i][b_i]
  SENÃO
    c_i ← TabuadaComVaiUm[a_i][b_i]
    VaiUm ← VaiUmComVemUm[a_i][b_i]
c_n ← VaiUm
```

VaiUmComVemUm = Matriz[10][10]

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja, $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$\begin{array}{rl}
1\ \ 1\,1\,1\,1\ \ & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
1\,0\,1\,0\,1\,1 & \\
1\,0\,0\,1\,1\,1 & + \\
\hline
1\,0\,1\,0\,0\,1\,0 &
\end{array}$$

Algoritmo da soma

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja, $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$
\begin{array}{rl}
1\ \ 1\,1\,1\,1\ \ & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
1\,0\,1\,0\,1\,1 & \\
1\,0\,0\,1\,1\,1 & + \\
\hline
1\,0\,1\,0\,0\,1\,0 &
\end{array}
$$

Tabuada na base 2: bem mais simples!

- Como somar números em outra base, p. ex., 2?

Ex.: $(101011)_2 + (100111)_2 = (1010010)_2$, ou seja, $(43)_{10} + (39)_{10} = (82)_{10}$

$$
\begin{array}{rl}
1\ \ 1\,1\,1\,1\ \ & \leftarrow \text{“vai-uns”} \\
1\,0\,1\,0\,1\,1 & \\
1\,0\,0\,1\,1\,1 & + \\
\hline
1\,0\,1\,0\,0\,1\,0 &
\end{array}
$$

Tabuada na base 2: bem mais simples!

Tabuada

	0	1
0	0	1
1	1	0

TemVaiUm

	0	1
0	0	0
1	0	1

TabuadaComVaiUm

	0	1
0	1	0
1	0	1

VaiUmComVemUm

	0	1
0	0	1
1	1	1

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & & & & 0 \end{array}$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

0 < 1, pede emprestado

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

pede

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 – 10011

pede

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

pede

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, “empresta” do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1 & \overset{0}{\cancel{1}} & 10 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & & & & \\
 & 1 & \cancel{1} & 10 & 0 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & 0 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & 10 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & 10 & \boxed{0} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & \boxed{10} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & & 0
\end{array}$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & \boxed{10} & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
 & & & & & 1 & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & \boxed{1} & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & & \\
 & 1 & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & 0 & 10 & 1 & 1 & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & 0 & 10 & 1 & 1 & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Subtração binária

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: 110001 − 10011

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & 0 & 10 & 1 & 1 & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

- $A - B = C$, A é o minuendo, B é o subtraendo
- Da direita para a esquerda, algarismo por algarismo
- Se o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo, "empresta" do algarismo à esquerda

Ex.: $110001 - 10011$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 0 & 10 & 1 & 1 & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 1 \\
- & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

$= 11110$

Subtração binária

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{\text{6 uns}} - 10011 = 101100$$

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 – 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{\text{6 uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa

Subtração binária

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: $110001 - 10011$

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{\text{6 uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa
- Complemento a 2: é o complemento a 1, adicionado de 1 unidade:

$$111111 - 10011 + 1 = 101101$$

Subtração binária

- Jeito fácil: usando complemento a 2

Ex.: 110001 − 10011

- Complemento a 1 de 10011 com 6 algarismos (maior quantidade de algarismos entre minuendo e subtraendo):

$$\underbrace{111111}_{\text{6 uns}} - 10011 = 101100$$

- Complemento a 1 de número binário: troca 1 por 0 e vice-versa
- Complemento a 2: é o complemento a 1, adicionado de 1 unidade:

$$111111 - 10011 + 1 = 101101$$

- Denotaremos o complemento a 2 de um número B por

$$\overline{B} + 1$$

Subtração binária

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último "vai-um"

Ex.: 110001 − 10011

$A = 110001$, $B = 10011$

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último "vai-um"

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

$\overline{B} = 101100$

Subtração binária

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último "vai-um"

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001$, $B = 10011$

$\overline{B} = 101100$, $\overline{B} + 1 = 101101$

Subtração binária

Usando complemento a 2:

- $A - B = A + (\overline{B} + 1)$, desprezando o último “vai-um”

Ex.: $110001 - 10011$

$A = 110001,\ B = 10011$

$\overline{B} = 101100,\ \overline{B} + 1 = 101101$

$A + (\overline{B} + 1) =$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & & & & & 1 & & \text{vai-uns} \\
 & & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
+ & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & \cancel{1} & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

Algoritmo da subtração

```
Subtração(A[0...n-1], B[0...n-1])
    B̄ ← ComplementoAUm(B)
    Um ← Array[0...n]
    Um[0] ← 1
    ComplementoADois ← Soma(B̄,Um)
    // descarta n+1-ésimo dígito criado para a soma
    ComplementoADois ← ComplementoADois[0...n-1]
    C ← Soma(A, ComplementoADois)
    C ← C[0...n-1] // descarta vai-um
    RETORNE C
```

Algoritmo da subtração

```
Subtração(A[0...n-1], B[0...n-1])
    B̄ ← ComplementoAUm(B)
    Um ← Array[0...n]
    Um[0] ← 1
    ComplementoADois ← Soma(B̄,Um)
    // descarta n+1-ésimo dígito criado para a soma
    ComplementoADois ← ComplementoADois[0...n-1]
    C ← Soma(A, ComplementoADois)
    C ← C[0...n-1] // descarta vai-um
    RETORNE C
ComplementoAUm(B[0...n-1])
    B̄ ← Array[0...n-1]
    PARA i = 0...n-1 FAÇA
        SE B[i] = 0 ENTÃO B̄[i] ← 1
        SE B[i] = 1 ENTÃO B̄[i] ← 0
    RETORNE B̄
```

Subtração binária: números negativos

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.
- Como efetuar a subtração? Pelo jeito tradicional, é necessário trocar a ordem das parcelas e colocar o sinal de menos à esquerda do resultado.

$$10011 - 110001 = -(110001 - 10011) = -11110$$

Subtração binária: números negativos

- E se o minuendo for menor que o subtraendo?

$$A - B < 0 \text{ se } A < B$$

- O algoritmo tradicional (usando empréstimos) não funciona! Não terá como fazer empréstimo para o algarismo mais à esquerda.
- Como efetuar a subtração? Pelo jeito tradicional, é necessário trocar a ordem das parcelas e colocar o sinal de menos à esquerda do resultado.

$$10011 - 110001 = -(110001 - 10011) = -11110$$

- Note o algoritmo tradicional falha se, e somente se, o minuendo for menor que o subtraendo. E se usarmos complemento a 2?

Ex.: 10011 − 110001 usando complemento a 2.

$A = 010011$, $B = 110001$

Subtração binária: números negativos

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$A = 010011$, $B = 110001$

$\overline{B} = 001110$, $\overline{B} + 1 = 001111$

Ex.: $10011 - 110001$ usando complemento a 2.

$A = 010011$, $B = 110001$

$\overline{B} = 001110$, $\overline{B} + 1 = 001111$

$A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 =$

Ex.: 10011 − 110001 usando complemento a 2.

$A = 010011$, $B = 110001$

$\overline{B} = 001110$, $\overline{B} + 1 = 001111$

$A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 =$

$$\begin{array}{cccccccc} & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & \longleftarrow \text{vai-uns} \\ & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ + & & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ \hline & \boxed{} & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

Não tem último vai-um!

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.

Subtração binária: números negativos

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:

  $A = 010011$, $B = 110001$

  $A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$

Subtração binária: números negativos

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:
  $A = 010011$, $B = 110001$

  $$A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$$
- Mas, calculando o complemento a 2 do resultado:
  $\overline{100010} + 1 = 011101 + 1 = 011110$ (mágica?)

Subtração binária: números negativos

- Quando estivermos fazendo subtração com complemento a 2, se não houver o vai-um mais à esquerda – ou seja, se c_n não for um no algoritmo da soma – então o minuendo é menor que o subtraendo.
- Observe que o resultado da operação, à primeira vista, não faz sentido:
  $A = 010011$, $B = 110001$

  $A + (\overline{B} + 1) = 010011 + 001111 = 100010 \neq A - B = -11110$
- Mas, calculando o complemento a 2 do resultado:
  $\overline{100010} + 1 = 011101 + 1 = 011110$ (mágica?)

Para casa: Para a soma binária, prove que no caso $A = 0a_{n-2} \ldots a_0$ e $B = 0b_{n-2} \ldots b_0$, onde $A < B$, então:
(1) o resultado da soma $A + (\overline{B} + 1)$ não tem vai-um c_n;
(2) $\overline{A + (\overline{B} + 1)} + 1 = B - A$.
Altere o algoritmo da subtração usando complemento a 2 para funcionar com diferenças negativas (escreva pseudocódigo).

Para casa

- Acessar o site `http://compscinet.org/circuitos` e ler as informações sobre o curso com cuidado

Para casa

- Acessar o site http://compscinet.org/circuitos e ler as informações sobre o curso com cuidado
- Obter o livro:
  Thomas Floyd. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações, 9ed. Editora Bookman, 2007.

Para casa

- Acessar o site `http://compscinet.org/circuitos` e ler as informações sobre o curso com cuidado
- Obter o livro:
  Thomas Floyd. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações, 9ed. Editora Bookman, 2007.
- Leitura recomendada: Floyd, seções 2-1 a 2-6 (menos a parte de números em ponto flutuante), 2-7, 2-8.
- Exercícios recomendados: autoteste 1 a 16, problemas de 1 a 40 (exceto 27 e 28)