Aula 4: Álgebra booleana

Circuitos Digitais

Rodrigo Hausen

CMCC – UFABC

01 de fevereiro de 2013

http://compscinet.org/circuitos

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);
  - **desligado** e **ligado**;

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);
  - **desligado** e **ligado**;
  - **nível baixo** e **nível alto** de um sinal;

Álgebra booleana [Boole, 1854]

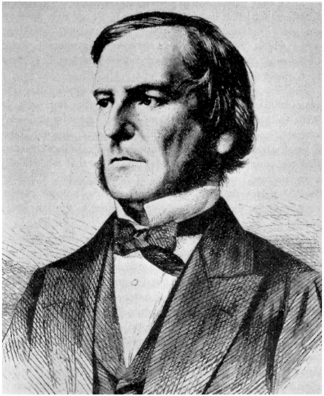
- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);
  - **desligado** e **ligado**;
  - **nível baixo** e **nível alto** de um sinal;
  - **0** e **1**, etc.

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);
  - **desligado** e **ligado**;
  - **nível baixo** e **nível alto** de um sinal;
  - **0** e **1**, etc.
- Variável booleana: pode assumir um dos dois valores booleanos válidos.
  - Geralmente denotada por uma letra maiúscula: A, B, C, X, Y, Z, ...

Álgebra booleana [Boole, 1854]

- Álgebra onde há apenas dois valores válidos: **falso** e **verdadeiro**.
- Também denotados:
  - **F** e **V**;
  - **false** e **true** (ou **F** e **T**);
  - **desligado** e **ligado**;
  - **nível baixo** e **nível alto** de um sinal;
  - **0** e **1**, etc.
- Variável booleana: pode assumir um dos dois valores booleanos válidos.
  - Geralmente denotada por uma letra maiúscula: A, B, C, X, Y, Z, ...



George Boole (1815–1864). Matemático e filósofo inglês, "pai" da lógica digital moderna.

http://pt.wikipedia.org/wiki/George_Boole

Operações básicas

As operações básicas da álgebra booleana são:

- *conjunção* ou *multiplicação booleana*:
  X **e** Y $\qquad$ X **and** Y $\qquad$ $X \wedge Y$ $\qquad$ $X \cdot Y$

As operações básicas da álgebra booleana são:

- *conjunção* ou *multiplicação booleana*:
  X **e** Y X **and** Y $X \wedge Y$ $X \cdot Y$
- *disjunção* ou *produto booleano*:
  X **ou** Y X **or** Y $X \vee Y$ $X + Y$

As operações básicas da álgebra booleana são:

- *conjunção* ou *multiplicação booleana*:
  X **e** Y X **and** Y $X \wedge Y$ $\boxed{X \cdot Y}$
- *disjunção* ou *produto booleano*:
  X **ou** Y X **or** Y $X \vee Y$ $\boxed{X + Y}$
- *negação* ou *complemento*:
  não X **not** X $\sim X$ $\neg X$ $\boxed{\overline{X}}$

Operações básicas

As operações básicas da álgebra booleana são:

- *conjunção* ou *multiplicação booleana*:
  X **e** Y $\quad$ X **and** Y $\quad$ $X \wedge Y$ $\quad$ $X \cdot Y$
- *disjunção* ou *produto booleano*:
  X **ou** Y $\quad$ X **or** Y $\quad$ $X \vee Y$ $\quad$ $X + Y$
- *negação* ou *complemento*:
  não X $\quad$ **not** X $\quad$ $\sim X$ $\quad$ $\neg X$ $\quad$ $\overline{X}$

Em Java, respectivamente: $X \,\&\&\, Y$, $X \,||\, Y$, $!X$

Tabuadas da álgebra booleana

Assim como na álgebra comum, o resultado de uma operação booleana é obtido através de uma tabuada. Na álgebra booleana, as tabuadas são chamadas **tabelas verdade**.

Tabuadas da álgebra booleana

Assim como na álgebra comum, o resultado de uma operação booleana é obtido através de uma tabuada. Na álgebra booleana, as tabuadas são chamadas **tabelas verdade**.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

Tabuadas da álgebra booleana

Assim como na álgebra comum, o resultado de uma operação booleana é obtido através de uma tabuada. Na álgebra booleana, as tabuadas são chamadas **tabelas verdade**.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

- Conjunção (oper. **e**): resultado verdadeiro apenas se x **e** y forem verdadeiros.

Assim como na álgebra comum, o resultado de uma operação booleana é obtido através de uma tabuada. Na álgebra booleana, as tabuadas são chamadas **tabelas verdade**.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

- Conjunção (oper. **e**): resultado verdadeiro apenas se x **e** y forem verdadeiros.
- Disjunção (oper. **ou**): resultado verdadeiro apenas se x **ou** y forem verdadeiros.

Tabuadas da álgebra booleana

Assim como na álgebra comum, o resultado de uma operação booleana é obtido através de uma tabuada. Na álgebra booleana, as tabuadas são chamadas **tabelas verdade**.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

- Conjunção (oper. **e**): resultado verdadeiro apenas se x **e** y forem verdadeiros.
- Disjunção (oper. **ou**): resultado verdadeiro apenas se x **ou** y forem verdadeiros.
- Negação: resultado só será verdadeiro se x **não** for verdadeiro.

Tabelas verdade com valores 0 e 1

Equivalências: F = 0, V = 1

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

Tabelas verdade com valores 0 e 1

Equivalências: F = 0, V = 1

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
F	V
V	F

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
1	0
0	1

Cuidado! Não confunda tabelas verdade com tabuadas da aritmética na base 2.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
1	0
0	1

Cuidado! Não confunda tabelas verdade com tabuadas da aritmética na base 2.

Tabela verdade da conjunção (**e**)

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela verdade da disjunção (**ou**)

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela verdade da negação (**não**)

x	$\overline{x}$
1	0
0	1

A partir de agora, daremos preferência a representar os valores lógicos por 0 e 1 (exceto quando for mais claro representar por F e V).

Expressões lógicas

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1)$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) =$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 +$

Expressões lógicas

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + (0 \cdot 1)$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + (0)$

Expressões lógicas

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + 0$

Expressões lógicas

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + 0 =$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + 0 = \boxed{0}$

- Como na álgebra comum, podemos combinar as operações, formando **expressões lógicas**.
- O resultado de uma expressão lógica pode ser calculado aplicando-se cada operação lógica, consultando-se as tabelas verdade correspondentes.
- Para indicar a ordem de aplicação das operações, usam-se parênteses como na álgebra comum.
- Ex 1.: calcule o resultado da expressão abaixo:
  $\overline{1} + (0 \cdot 1) = 0 + 0 = \boxed{0}$
- Se não houver parênteses, a operação "$\cdot$" tem precedência sobre a operação "$+$"
  Ou seja, $\overline{1} + 0 \cdot 1$ significa o mesmo que $\overline{1} + (0 \cdot 1)$

Variáveis booleanas e expressões lógicas

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.

Variáveis booleanas e expressões lógicas

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?

Variáveis booleanas e expressões lógicas

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.
  $\overline{1} \cdot 0 + 1 \cdot \overline{0} \quad =$

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.
  $\overline{1} \cdot 0 + 1 \cdot \overline{0} \;=\; 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \;=$

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.
  $\overline{1} \cdot 0 + 1 \cdot \overline{0} \;=\; 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \;=\; 0 + 1 \;=$

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.
  $\overline{1} \cdot 0 + 1 \cdot \overline{0} \ = \ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \ = \ 0 + 1 \ = \ \boxed{1}$

- Como na álgebra comum, também podemos deixar valores a determinar em expressões lógicas. Esses valores indeterminados são chamados **variáveis booleanas**.
- Ex 2.: considere a expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$. Qual o seu valor quando $X = 1$ e $Y = 0$?
  Solução: substitua os valores de X e Y na expressão e calcule usando as tabelas verdade.
  $\overline{1} \cdot 0 + 1 \cdot \overline{0} \;=\; 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \;=\; 0 + 1 \;=\; \boxed{1}$
- Podemos determinar tabelas verdade para expressões lógicas atribuindo todos as combinações de valores possíveis às variáveis.

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0					

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1				

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1			

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$		

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1					

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1				

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0			

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$		

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0					

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0				

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1			

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$		

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1					

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0				

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0			

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0	$0 \cdot 1 = 0$		

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	$0 + 0 = 0$

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	$0 + 0 = 0$

Variáveis, expressões lógicas e tabelas verdade

Ex 3.: construa a tabela verdade da expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ e interprete o resultado.

Dica: facilita a construção da tabela se adicionarmos colunas com resultados intermediários.

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y$	$X \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	$1 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 0 = 0$
0	1	1	0	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
1	0	0	1	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 1 = 1$
1	1	0	0	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	$0 + 0 = 0$

Interpretação: o resultado será verdadeiro se **apenas uma** das variáveis for verdadeira; será falso, caso contrário.

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

em Java: X^^Y (dois acentos circunflexos)

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

  em Java: X^^Y (dois acentos circunflexos)
- Tabela verdade da disjunção exclusiva (operação **ou-ex**)

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

  em Java: X^^Y (dois acentos circunflexos)
- Tabela verdade da disjunção exclusiva (operação **ou-ex**)

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Na ausência de parênteses a precedência das operações é sempre: 1º negação;

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

  em Java: X^^Y (dois acentos circunflexos)
- Tabela verdade da disjunção exclusiva (operação **ou-ex**)

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Na ausência de parênteses a precedência das operações é sempre: 1º negação; 2º conjunção (e);

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

em Java: $X\hat{}\hat{}Y$ (dois acentos circunflexos)

- Tabela verdade da disjunção exclusiva (operação **ou-ex**)

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Na ausência de parênteses a precedência das operações é sempre: 1º negação; 2º conjunção (e); 3º disjunção (ou);

Nova operação: disjunção exclusiva

- A expressão $\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$ costuma aparecer com muita frequência em álgebra booleana. Daremos um nome para ela: **disjunção exclusiva**.
- Também conhecida como **ou exclusivo**, **ou-ex** e **xor**.
- Denotada pelo símbolo $\oplus$:

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

  em Java: X^^Y (dois acentos circunflexos)
- Tabela verdade da disjunção exclusiva (operação **ou-ex**)

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Na ausência de parênteses a precedência das operações é sempre:
  1º negação; 2º conjunção (e); 3º disjunção (ou);
  4º disjunção exclusiva (ou-ex)

Funções lógicas

- **Função lógica**: associação que "leva" de um conjunto de n variáveis booleanas no conjunto $\{0,1\}$.

$$\begin{aligned} F : \{0,1\}^n &\rightarrow \{0,1\} \\ X_1, X_2, \ldots, X_n &\mapsto Y = F(X_1, X_2, \ldots, X_n) \end{aligned}$$

- **Função lógica**: associação que "leva" de um conjunto de n variáveis booleanas no conjunto $\{0{,}1\}$.

$$\begin{aligned} F : \{0{,}1\}^n &\rightarrow \{0{,}1\} \\ X_1, X_2, \ldots, X_n &\mapsto Y = F(X_1, X_2, \ldots, X_n) \end{aligned}$$

- Podemos descrever uma função lógica por uma expressão booleana ou pela sua tabela verdade.

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0		

Funções lógicas

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	

Funções lógicas

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1		

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0		

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1		

Funções lógicas

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0

Funções lógicas

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0		

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1
1	0	1		

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1
1	0	1	?	

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1
1	0	1	?	1

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1
1	0	1	?	1
1	1	0	?	1
1	1	1	?	1

Ex. 4: construa a tabela verdade da função $F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$

A	B	C	$\overline{B} \cdot C$	$F(A,B,C) = A + \overline{B} \cdot C$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	?	1
1	0	1	?	1
1	1	0	?	1
1	1	1	?	1

Onde há "?" não importa o valor de $\overline{B} \cdot C$, pois nos quatro casos, como $A = 1$, então $A + \overline{B} \cdot C = 1$

Ex. 5: determine, se possível, uma expressão para a função F dada pela seguinte tabela verdade.

X	Y	F(X,Y)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ex. 5: determine, se possível, uma expressão para a função F dada pela seguinte tabela verdade.

X	Y	F(X,Y)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Note que o resultado de $F(X,Y)$ é sempre o "contrário" do resultado de $X \oplus Y$. Ou seja, o resultado da operação ou-ex é verdadeiro se, e somente se, $F(X,Y)$ é falso.

Ex. 5: determine, se possível, uma expressão para a função F dada pela seguinte tabela verdade.

X	Y	F(X,Y)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Note que o resultado de $F(X,Y)$ é sempre o "contrário" do resultado de $X \oplus Y$. Ou seja, o resultado da operação ou-ex é verdadeiro se, e somente se, $F(X,Y)$ é falso.

Da observação anterior, e conhecendo as tabelas verdade das operações lógicas, uma expressão possível para $F(X,Y)$ é:

$$F(X,Y) = \overline{X \oplus Y}$$

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y+Z$	$X \cdot (Y+Z)$
0	0	0		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y+Z$	$X \cdot (Y+Z)$
0	0	0	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y+Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y+Z$	$X \cdot (Y+Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y+Z$	$X \cdot (Y+Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0

FUNÇÕES LÓGICAS

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y+Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y+Z$	$X \cdot (Y+Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1		

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$Y + Z$	$X \cdot (Y + Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções
$F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções
$F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0			

Funções lógicas

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1			

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	

Ex. 6: Construa a tabela verdade para as funções $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ e $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$, compare-as e interprete os resultados.

X	Y	Z	$X \cdot Y$	$X \cdot Z$	$X \cdot Y + X \cdot Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Igual à tabela para $F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$.

Equivalência de funções

Duas funções lógicas são equivalentes se suas tabelas verdade são iguais.

$F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ $\qquad$ $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$

X	Y	Z	$F(X,Y,Z)$	$G(X,Y,Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Equivalência de funções

Duas funções lógicas são equivalentes se suas tabelas verdade são iguais.

$F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ $\qquad$ $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$

X	Y	Z	$F(X,Y,Z)$	$G(X,Y,Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Pela tabela, nota-se que

$$\begin{aligned} F(X,Y,Z) &= G(X,Y,Z) \\ X \cdot (Y + Z) &= X \cdot Y + X \cdot Z \end{aligned}$$

Equivalência de funções

Duas funções lógicas são equivalentes se suas tabelas verdade são iguais.

$F(X,Y,Z) = X \cdot (Y + Z)$ $\qquad$ $G(X,Y,Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$

X	Y	Z	$F(X,Y,Z)$	$G(X,Y,Z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Pela tabela, nota-se que

$$\begin{aligned} F(X,Y,Z) &= G(X,Y,Z) \\ X \cdot (Y + Z) &= X \cdot Y + X \cdot Z \end{aligned}$$

Acabamos de demonstrar que a conjunção é distributiva!

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências.
Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$

elem. neutro da disjunção

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências.
Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências.
Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências.
Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

7. $X \cdot 0 = 0$

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

7. $X \cdot 0 = 0$

8. $X \cdot 1 = X$
elem. neutro da conjunção

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

7. $X \cdot 0 = 0$

8. $X \cdot 1 = X$
elem. neutro da conjunção

9. $X \cdot X = X$

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

7. $X \cdot 0 = 0$

8. $X \cdot 1 = X$
elem. neutro da conjunção

9. $X \cdot X = X$

10. $X \cdot \overline{X} = 0$

Regras básicas da álgebra booleana

Todas as regras abaixo podem ser demonstradas construindo-se as duas tabelas verdade das expressões em ambos os lados das equivalências. Considere X, Y, Z variáveis booleanas.

1. $X + 0 = X$
elem. neutro da disjunção

2. $X + 1 = 1$

3. $X + Y = Y + X$
comutatividade da disjunção

4. $X \cdot Y = Y \cdot X$
comutatividade da conjunção

5. $X + X = X$

6. $X + \overline{X} = 1$

7. $X \cdot 0 = 0$

8. $X \cdot 1 = X$
elem. neutro da conjunção

9. $X \cdot X = X$

10. $X \cdot \overline{X} = 0$

11. $X \oplus X = 0$

Regras básicas da álgebra booleana (cont.)

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção

Regras básicas da álgebra booleana (cont.)

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção
13. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$ associatividade da conjunção

Regras básicas da álgebra booleana (cont.)

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção
13. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$ associatividade da conjunção

As regras 12 e 13 nos permitem escrever $X + Y + Z$ e $X \cdot Y \cdot Z$ sem parênteses de maneira não ambígua.

Regras básicas da álgebra booleana (cont.)

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção
13. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$ associatividade da conjunção

As regras 12 e 13 nos permitem escrever $X + Y + Z$ e $X \cdot Y \cdot Z$ sem parênteses de maneira não ambígua.

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção
13. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$ associatividade da conjunção

As regras 12 e 13 nos permitem escrever $X + Y + Z$ e $X \cdot Y \cdot Z$ sem parênteses de maneira não ambígua.

14. $\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$
15. $\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$

As regras 14 e 15 são chamadas Leis de Morgan (ou Leis de DeMorgan). **Muito importantes** para simplificar expressões envolvendo negações.

12. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$ associatividade da disjunção
13. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$ associatividade da conjunção

As regras 12 e 13 nos permitem escrever $X + Y + Z$ e $X \cdot Y \cdot Z$ sem parênteses de maneira não ambígua.

14. $\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$
15. $\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$

As regras 14 e 15 são chamadas Leis de Morgan (ou Leis de DeMorgan). **Muito importantes** para simplificar expressões envolvendo negações.

Exemplo de aplicação das regras: demonstre que $X + \overline{X} \cdot Y = X + Y$

Para casa

- Ler seções 4-1, 4-2, 4-3 e 4-5 (despreze os comentários e diagramas sobre portas lógicas; nós veremos portas lógicas daqui a 2 aulas);
- Auto-teste: 1 a 10
- Problemas:
  - 4-1 (todos);
  - 4-2 (todos);
  - 4-3 (todos);
  - 4-5 (apenas 17, 18 e 19)