Lista de Exercícios – Resolução de Sistemas Lineares

1. Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

   então A é uma matriz

   (a) diagonal
   (b) identidade
   (c) triangular inferior
   (d) triangular superior

2. Uma matriz quadrada $[A]$ é triangular inferior se

   (a) $a_{ij} = 0, j > i$
   (b) $a_{ij} = 0, i > j$
   (c) $a_{ij} \neq 0, i > j$
   (d) $a_{ij} \neq 0, j > i$

3. Dados

$$A = \begin{bmatrix} 12.3 & -12.3 & 20.3 \\ 11.3 & -10.3 & -11.3 \\ 10.3 & -11.3 & -12.3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 6 \\ 11 & -20 \end{bmatrix}$$

   então se $[C] = [A] \cdot [B]$, temos que $c_{31} =$

   (a) -58.2
   (b) -37.6
   (c) 219.4
   (d) 259.4

4. Quantas soluções o sistema a seguir possui?

$$x + y = 2$$
$$6x + 6y = 12$$

   (a) infinitas
   (b) nenhuma
   (c) duas
   (d) apenas uma

5. O objetivo da aplicação do método de eliminação por Gauss é reduzir a matriz de coeficientes a uma matriz

   (a) diagonal

(b) identidade

(c) triangular inferior

(d) triangular superior

6. Divisão por zero durante a execução do método de eliminação por Gauss em um conjunto de equações $[A][x] = [C]$ implica que a matriz de coeficientes $[A]$

   (a) é inversível

   (b) é não singular

   (c) pode ser singular ou não singular

   (d) é singular

7. Usando um computador com quatro dígitos significativos com truncamento, a solução por eliminação por Gauss sem pivoteamento parcial para

$$\begin{aligned} 0.0030x_1 + 55.23x_2 &= 58.12 \\ 6.239x_1 - 7.123x_2 &= 47.23 \end{aligned}$$

   (a) $x_1 = 26.66$; $x_2 = 1.051$

   (b) $x_1 = 8.769$; $x_2 = 1.051$

   (c) $x_1 = 8.800$; $x_2 = 1.000$

   (d) $x_1 = 8.771$; $x_2 = 1.052$

8. Usando um computador com quatro dígitos significativos com truncamento, a solução por eliminação por Gauss com pivoteamento parcial para

$$\begin{aligned} 0.0030x_1 + 55.23x_2 &= 58.12 \\ 6.239x_1 - 7.123x_2 &= 47.23 \end{aligned}$$

   (a) $x_1 = 26.66$; $x_2 = 1.051$

   (b) $x_1 = 8.769$; $x_2 = 1.051$

   (c) $x_1 = 8.800$; $x_2 = 1.000$

   (d) $x_1 = 8.771$; $x_2 = 1.052$

9. Ao final da aplicação do método de eliminação por Gauss, no sistema abaixo,

$$\begin{bmatrix} 4.2857\times10^7 & -9.2307\times10^5 & 0 & 0 \\ 4.2857\times10^7 & -5.4619\times10^5 & -4.2857\times10^7 & 5.4619\times10^7 \\ -6.5 & -0.15384 & 6.5 & 0.15384 \\ 0 & 0 & 4.2857\times10^7 & -3.6057\times10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.887\times10^3 \\ 0 \\ 0.007 \\ 0 \end{bmatrix}$$

tem-se o seguinte sistemas de equações, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} 4.2857\times10^7 & -9.2307\times10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.7688\times10^5 & -4.2857\times10^7 & 5.4619\times10^7 \\ 0 & 0 & -26.9140 & 0.579684 \\ 0 & 0 & 0 & 5.62500\times10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.887\times10^3 \\ 7.887\times10^3 \\ 1.19530\times10^{-2} \\ 1.90336\times10^4 \end{bmatrix}$$

O determinante da matriz original é

(a) 0.00
(b) 4.2857×10^7
(c) 5.486×10^{19}
(d) -2.445×10^{20}

10. O método de decomposição $[L][U]$ é computacionalmente mais eficiente que o método de eliminação por Gauss para resolver

(a) um conjunto único de equações lineares envolvendo o mesmo conjunto de variáveis.
(b) múltiplos conjuntos de equações lineares envolvendo o mesmo conjuntos de variáveis, com diferentes matrizes de coeficientes e o mesmo vetor de termos independentes.
(c) múltiplos conjuntos de equações lineares envolvendo o mesmo conjuntos de variáveis, a mesma matriz de coeficientes e diferentes vetores de termos independentes.
(d) menos de dez equações lineares envolvendo o mesmo conjunto de variáveis.

11. A matriz triangular inferior $[L]$ na decomposição $[L][U]$ da matriz apresentada a seguir

$$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 16 \\ 8 & 12 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

é

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.7333 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 6 & 14.400 \\ 0 & 0 & -4.2400 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 10 & 1 & 0 \\ 8 & 12 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.5000 & 1 \end{bmatrix}$

12. A matriz triangular superior $[U]$ na decomposição $[L][U]$ da matriz apresentada a seguir

$$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 16 \\ 0 & 12 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

é

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.7333 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 6 & 14.400 \\ 0 & 0 & -4.2400 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 16 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0.2000 & 0.16000 \\ 0 & 1 & 2.4000 \\ 0 & 0 & -4.240 \end{bmatrix}$

13. Uma matriz quadrada $[A]_{n\times n}$ é diagonalmente dominante se

    (a) $|a_{ii}| \geq \sum\limits_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} |a_{ij}|$, $i = 1, 2, \ldots, n$

    (b) $|a_{ii}| \geq \sum\limits_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} |a_{ij}|$, $i = 1, 2, \ldots, n$ e $|a_{ii}| > \sum\limits_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} |a_{ij}|$, para algum $i = 1, 2, \ldots, n$

    (c) $|a_{ii}| \geq \sum\limits_{j=1}^{n} |a_{ij}|$, $i = 1, 2, \ldots, n$ e $|a_{ii}| > \sum\limits_{j=1}^{n} |a_{ij}|$, para algum $i = 1, 2, \ldots, n$

    (d) $|a_{ii}| \geq \sum\limits_{j=1}^{n} |a_{ij}|$, $i = 1, 2, \ldots, n$

14. Usando $[x_1\ x_2\ x_3] = [1\ 3\ 5]$ como valores iniciais para o sistema

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

    o valor de $[x_1\ x_2\ x_3]$ após três iterações no método de Gauss-Seidel é

    (a) $[-2.8333\ \ -1.4333\ \ -1.9727]$

    (b) $[1.4959\ \ -0.90464\ \ -0.84914]$

    (c) $[0.90666\ \ -1.0115\ \ -1.0243]$

    (d) $[1.2148\ \ -0.72060\ \ -0.82451]$

15. Para garantir que o sistema de equações

$$\begin{aligned} 2x_1 + 7x_2 - 11x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= -5 \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 17 \end{aligned}$$

    converge usando o método de Gauss-Seidel, ele deve ser reescrito na forma:

    (a) $\begin{bmatrix} 2 & 7 & -11 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 17 \end{bmatrix}$

    (b) $\begin{bmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$

    (c) $\begin{bmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 17 \end{bmatrix}$

(d) As equações não podem ser reescritas de forma a garantir convergência.

16. Para $\begin{bmatrix} 12 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ e usando $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ como valores iniciais, os valores de $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}$ encontrados ao final de cada interação são

Iteração	x_1	x_2	x_3
1	0.41666	1.1166	0.96818
2	0.93989	1.0183	1.0007
3	0.98908	1.0020	0.99930
4	0.99898	1.0003	1.0000

A partir de qual iteração podemos ter confiança em pelo menos um dígito significativo?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4