

Lista de Exercícios – Resolução de Sistemas Lineares

1. Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

então A é uma matriz

- (a) diagonal
- (b) identidade
- (c) triangular inferior
- (d) \Rightarrow triangular superior

2. Uma matriz quadrada $[A]$ é triangular inferior se

- (a) $\Rightarrow a_{ij} = 0, j > i$
- (b) $a_{ij} = 0, i > j$
- (c) $a_{ij} \neq 0, i > j$
- (d) $a_{ij} \neq 0, j > i$

3. Dados

$$A = \begin{bmatrix} 12.3 & -12.3 & 20.3 \\ 11.3 & -10.3 & -11.3 \\ 10.3 & -11.3 & -12.3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 6 \\ 11 & -20 \end{bmatrix}$$

então se $[C] = [A] \cdot [B]$, temos que $c_{31} =$

- (a) $\Rightarrow -58.2$
- (b) -37.6
- (c) 219.4
- (d) 259.4

4. Quantas soluções o sistema a seguir possui?

$$\begin{aligned} x + y &= 2 \\ 6x + 6y &= 12 \end{aligned}$$

- (a) \Rightarrow infinitas
- (b) nenhuma
- (c) duas
- (d) apenas uma

5. O objetivo da aplicação do método de eliminação por Gauss é reduzir a matriz de coeficientes a uma matriz

- (a) diagonal

- (b) identidade
 (c) triangular inferior
 (d) \Rightarrow triangular superior
6. Divisão por zero durante a execução do método de eliminação por Gauss em um conjunto de equações $[A][x] = [C]$ implica que a matriz de coeficientes $[A]$
- (a) é inversível
 (b) é não singular
 (c) \Rightarrow pode ser singular ou não singular
 (d) é singular
7. Usando um computador com quatro dígitos significativos com truncamento, a solução por eliminação por Gauss sem pivoteamento parcial para

$$\begin{aligned} 0.0030x_1 + 55.23x_2 &= 58.12 \\ 6.239x_1 - 7.123x_2 &= 47.23 \end{aligned}$$

- (a) $\Rightarrow x_1 = 26.66; x_2 = 1.051$
 (b) $x_1 = 8.769; x_2 = 1.051$
 (c) $x_1 = 8.800; x_2 = 1.000$
 (d) $x_1 = 8.771; x_2 = 1.052$
8. Usando um computador com quatro dígitos significativos com truncamento, a solução por eliminação por Gauss com pivoteamento parcial para

$$\begin{aligned} 0.0030x_1 + 55.23x_2 &= 58.12 \\ 6.239x_1 - 7.123x_2 &= 47.23 \end{aligned}$$

- (a) $x_1 = 26.66; x_2 = 1.051$
 (b) $\Rightarrow x_1 = 8.769; x_2 = 1.051$
 (c) $x_1 = 8.800; x_2 = 1.000$
 (d) $x_1 = 8.771; x_2 = 1.052$
9. Ao final da aplicação do método de eliminação por Gauss, no sistema abaixo,

$$\begin{bmatrix} 4.2857 \times 10^7 & -9.2307 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 4.2857 \times 10^7 & -5.4619 \times 10^5 & -4.2857 \times 10^7 & 5.4619 \times 10^7 \\ -6.5 & -0.15384 & 6.5 & 0.15384 \\ 0 & 0 & 4.2857 \times 10^7 & -3.6057 \times 10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.887 \times 10^3 \\ 0 \\ 0.007 \\ 0 \end{bmatrix}$$

tem-se o seguinte sistemas de equações, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} 4.2857 \times 10^7 & -9.2307 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.7688 \times 10^5 & -4.2857 \times 10^7 & 5.4619 \times 10^7 \\ 0 & 0 & -26.9140 & 0.579684 \\ 0 & 0 & 0 & 5.62500 \times 10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.887 \times 10^3 \\ 7.887 \times 10^3 \\ 1.19530 \times 10^{-2} \\ 1.90336 \times 10^4 \end{bmatrix}$$

O determinante da matriz original é

- (a) 0.00
- (b) 4.2857×10^7
- (c) 5.486×10^{19}
- (d) $\Rightarrow -2.445 \times 10^{20}$

10. O método de decomposição $[L][U]$ é computacionalmente mais eficiente que o método de eliminação por Gauss para resolver

- (a) um conjunto único de equações lineares envolvendo o mesmo conjunto de variáveis.
- (b) múltiplos conjuntos de equações lineares envolvendo o mesmo conjuntos de variáveis, com diferentes matrizes de coeficientes e o mesmo vetor de termos independentes.
- (c) \Rightarrow múltiplos conjuntos de equações lineares envolvendo o mesmo conjuntos de variáveis, a mesma matriz de coeficientes e diferentes vetores de termos independentes.
- (d) menos de dez equações lineares envolvendo o mesmo conjunto de variáveis.

11. A matriz triangular inferior $[L]$ na decomposição $[L][U]$ da matriz apresentada a seguir

$$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 16 \\ 8 & 12 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

é

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.7333 & 1 \end{bmatrix}$
- (b) $\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 6 & 14.400 \\ 0 & 0 & -4.2400 \end{bmatrix}$
- (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 10 & 1 & 0 \\ 8 & 12 & 0 \end{bmatrix}$
- (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.5000 & 1 \end{bmatrix}$

12. A matriz triangular superior $[U]$ na decomposição $[L][U]$ da matriz apresentada a seguir

$$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 16 \\ 0 & 12 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

é

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.40000 & 1 & 0 \\ 0.32000 & 1.7333 & 1 \end{bmatrix}$
- (b) $\begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 6 & 14.400 \\ 0 & 0 & -4.2400 \end{bmatrix}$

$$(c) \begin{bmatrix} 25 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 16 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 1 & 0.2000 & 0.16000 \\ 0 & 1 & 2.4000 \\ 0 & 0 & -4.240 \end{bmatrix}$$

13. Uma matriz quadrada $[A]_{n \times n}$ é diagonalmente dominante se

$$(a) |a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, n$$

$$(b) \Rightarrow |a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, n \text{ e } |a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |a_{ij}|, \text{ para algum } i = 1, 2, \dots, n$$

$$(c) |a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, n \text{ e } |a_{ii}| > \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, \text{ para algum } i = 1, 2, \dots, n$$

$$(d) |a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, n$$

14. Usando $[x_1 \ x_2 \ x_3] = [1 \ 3 \ 5]$ como valores iniciais para o sistema

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

o valor de $[x_1 \ x_2 \ x_3]$ após três iterações no método de Gauss-Seidel é

$$(a) [-2.8333 \ -1.4333 \ -1.9727]$$

$$(b) [1.4959 \ -0.90464 \ -0.84914]$$

$$(c) \Rightarrow [0.90666 \ -1.0115 \ -1.0243]$$

$$(d) [1.2148 \ -0.72060 \ -0.82451]$$

15. Para garantir que o sistema de equações

$$2x_1 + 7x_2 - 11x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = -5$$

$$7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 17$$

converge usando o método de Gauss-Seidel, ele deve ser reescrito na forma:

$$(a) \begin{bmatrix} 2 & 7 & -11 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 17 \end{bmatrix}$$

$$(b) \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 17 \end{bmatrix}$$

(d) As equações não podem ser reescritas de forma a garantir convergência.

16. Para $\begin{bmatrix} 12 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ e usando $[x_1 \ x_2 \ x_3] = [1 \ 2 \ 1]$ como valores iniciais, os valores de $[x_1 \ x_2 \ x_3]$ encontrados ao final de cada iteração são

Iteração	x_1	x_2	x_3
1	0.41666	1.1166	0.96818
2	0.93989	1.0183	1.0007
3	0.98908	1.0020	0.99930
4	0.99898	1.0003	1.0000

A partir de qual iteração podemos ter confiança em pelo menos um dígito significativo?

- (a) 1
- (b) 2
- (c) \Rightarrow 3
- (d) 4