Departamento de Informática **DINF / UFPR**
Disciplina de Métodos Numéricos **Prof. Luis Allan Künzle**

Lista de Exercícios 4 – Raízes de Funções Reais

1. O valor de x que satisfaz $f(x) = 0$ é chamado de

   (a) $\Rightarrow$ raiz da equação $f(x) = 0$

   (b) raiz da função $f(x)$

   (c) zero da função $f(x) = 0$

   (d) nenhuma das anteriores

2. Uma equação quadrática tem ______ raízes.

   (a) uma

   (b) $\Rightarrow$ duas

   (c) três

   (d) quatro

3. Uma equação tal como tan$(x) = x$ tem ______ raízes.

   (a) zero

   (b) uma

   (c) duas

   (d) $\Rightarrow$ infinitas

4. Um polinômio de ordem n tem ______ zeros.

   (a) $n - 1$

   (b) $\Rightarrow$ n

   (c) $n + 1$

   (d) $n + 2$

5. A velocidade de um corpo é dada por $v(t) = 5e^{-t} + 4$ onde t está em segundos e v em m/s. A velocidade do corpo é 6 m/s em $t =$ ______ segundos.

   (a) 0.1823

   (b) 0.3979

   (c) $\Rightarrow$ 0.9163

   (d) 1.609

6. Se para uma função contínua real $f(x) = 0$, $f(a)f(b) < 0$, então no intervalo $[a, b]$ para $f(x) = 0$, existe(m)

   (a) uma raiz

   (b) um número indeterminado de raízes

   (c) nenhuma raiz

   (d) $\Rightarrow$ pelo menos uma raiz

7. Assumindo como intervalo inicial $[1, 5]$, o segundo valor iterativo (ao final de duas iteração) da raiz de $te^{-t} - 0.3 = 0$ usando o método da bissecção é

(a) 0
(b) 1.5
(c) $\Rightarrow$ 2
(d) 3

8. Para encontrar a raiz de $f(x) = 0$, um cientista está usando o método da bissecção. No início de uma iteração, os valores inferior e superior do intervalo que contém a raiz são x_a e x_b. Ao final da iteração, o erro aproximativo relativo no valor aproximado da raiz seria

   (a) $\left|\dfrac{x_b}{x_b + x_a}\right|$
   (b) $\left|\dfrac{x_a}{x_b + x_a}\right|$
   (c) $\Rightarrow$ $\left|\dfrac{x_b - x_a}{x_b + x_a}\right|$
   (d) $\left|\dfrac{x_b + x_a}{x_b + x_a}\right|$

9. Para uma equação como $x^2 = 0$, uma raiz existe em $x = 0$. O método da bissecção não pode ser utilizado para resolver esta equação, apesar de existir uma raiz em $x = 0$ porque a função $f(x) = x^2$

   (a) é um polinômio
   (b) tem raízes duplicadas em $x = 0$
   (c) $\Rightarrow$ é sempre não negativa
   (d) tem um ponto de inflexão em $x = 0$

10. A aproximação da raiz recém calculada nos métodos posição falsa e secante pode ser dada, respectivamente, como

$$x_r = x_b - \frac{f(x_b)(x_b - x_a)}{f(x_b) - f(x_a)} \quad \text{e} \quad x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

   Embora a aparência das duas equações acima pareça essencialmente idêntica, e ambos métodos exigirem duas suposições iniciais, a principal diferença entre as duas fórmulas é

   (a) não é garantido a convergência no método da posição falsa
   (b) é garantida a convergência no método da secante
   (c) o método secante requer as duas suposições iniciais x_{i-1} e x_i para satisfazer $f(x_{i-1}) \times f(x_i) < 0$
   (d) $\Rightarrow$ o método da posição falsa requer as duas suposições iniciais x_a e x_b para satisfazer $f(x_a) \times f(x_b) < 0$

11. Dada a seguinte equação não linear

$$e^{-2x} + 4x^2 - 36 = 0$$

   duas suposições iniciais, $x_a = 1$ e $x_b = 4$, e uma tolerância de erro relativo de 0,1%. Usando o método de posição falsa, qual das seguintes tabelas está correta (x_r = raiz prevista)?

   (a) $\Rightarrow$

Iteração	x_a	x_b	x_r
1	1	4	?
2	?	?	$2,939$

(b)

Iteração	x_a	x_b	x_r
1	1	4	?
2	?	?	2,500

(c)

Iteração	x_a	x_b	x_r
1	1	4	?
2	?	?	1,500

(d)

Iteração	x_a	x_b	x_r
1	1	4	?
2	?	?	2,784

12. Dada a seguinte equação não linear

$$e^{-2x} + 4x^2 - 36 = 0$$

duas suposições iniciais, $x_a = 1$ e $x_b = 4$, e uma tolerância de erro relativo de 0,1%. Usando o método de posição falsa, qual das seguintes tabelas está correta (x_r = raiz prevista; $|\epsilon_r|$ = percentagem do erro relativo)?

(a) $\Rightarrow$

Iteração	x_a	x_b	x_r	$\|\epsilon_r\|$
1	1	4	?	?
2	?	?	?	11,63

(b)

Iteração	x_a	x_b	x_r	$\|\epsilon_r\|$
1	1	4	?	?
2	?	?	?	6,11

(c)

Iteração	x_a	x_b	x_r	$\|\epsilon_r\|$
1	1	4	?	?
2	?	?	?	5,14

(d)

Iteração	x_a	x_b	x_r	$\|\epsilon_r\|$
1	1	4	?	?
2	?	?	?	4,15

13. A raiz de $(x-4)^2(x+2) = 0$ foi encontrada usando o método de posição falsa com estimativas iniciais de $x_a = -2,5$ e $x_b = -1,0$ e uma tolerância de erro relativa pré-estabelecida de $10^{-6}\%$. A raiz convergente final encontrada foi $x_r = -1,9999997$ e a porcentagem correspondente de erro aproximado relativo foi $|\epsilon_r| = 8,7610979 \times 10^{-5}\%$. Com base nessas informações, o número de dígitos significativos da raiz convergente x_r que podem ser confiáveis é de, pelo menos,

(a) 3

(b) $\Rightarrow$ 4

(c) 5

(d) 6

14. O método da posição falsa pode ter dificuldade em encontrar a raiz da equação $f(x) = x^2 - 7,4x + 13,69 = 0$ porque

(a) $f(x)$ é um polinômio quadrático

(b) $f'(x)$ é uma linha reta

(c) $\Rightarrow$ não é possível encontrar suposições iniciais x_a e x_b que satisfaçam $f(x_a)f(x_b) < 0$

(d) a equação tem duas raízes idênticas.

15. Utilizando o método de Newton-Raphson, a fórmula para encontrar a raiz quadrada de um número real R a partir da equação $x^2 - R = 0$ é

   (a) $x_{i+1} = \frac{x_i}{2}$

   (b) $x_{i+1} = \frac{3x_i}{2}$

   (c) $\Rightarrow$ $x_{i+1} = \frac{1}{2}\left(x_i + \frac{R}{x_i}\right)$

   (d) $x_{i+1} = \frac{1}{2}\left(3x_i - \frac{R}{x_i}\right)$

16. O valor da próxima iteração da raiz de $x^2 - 4 = 0$, usando o método de Newton-Raphson e suposição inicial 3, é

   (a) 1,5

   (b) 2,067

   (c) $\Rightarrow$ 2,167

   (d) 3,000

17. Utilizando o método da secante, a fórmula para encontrar a raiz quadrada de um número real R a partir da equação $x^2 - R = 0$ é

   (a) $\Rightarrow$ $x_{i+1} = \frac{x_i x_{i-1} + R}{x_i + x_{i-1}}$

   (b) $x_{i+1} = \frac{x_i x_{i-1}}{x_i + x_{i-1}}$

   (c) $x_{i+1} = \frac{1}{2}\left(x_i + \frac{R}{x_i}\right)$

   (d) $x_{i+1} = \frac{2{x_i}^2 + x_i x_{i-1} - R}{x_i + x_{i-1}}$

18. O valor da próxima iteração da raiz de $x^2 - 4 = 0$, usando o método da secante e suposições iniciais 3 e 4, é

   (a) $\Rightarrow$ 2,2857

   (b) 2,5000

   (c) 5,5000

   (d) 5,7143

19. Para encontrar a raiz de $\text{seno}(x) = 0$ pelo método da secante, qual dos seguintes pares de suposições iniciais não é apropriado?

   (a) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{2}$

   (b) $\Rightarrow$ $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$

   (c) $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$

   (d) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{2}$