

Processamento de Imagens

Morfologia Matemática Binária

Prof. Luiz Eduardo S. Oliveira

Universidade Federal do Paraná
Departamento de Informática
<http://web.inf.ufpr.br/luizoliveira>

Objetivos

Introduzir os conceitos básicos da morfologia matemática e suas aplicações.

Introdução

- A palavra morfologia denota um ramo da biologia que lida com a forma e a estrutura de animais e plantas.
- A morfologia matemática serve como ferramenta para extrair componentes da imagem (estrutura e forma) que são úteis para a descrição e representação.
- Além disso, a morfologia matemática pode ser aplicada para pré- e pós-processamento de imagens.

Elemento Estruturante

- Uma operação morfológica binária é determinada a partir da vizinhança examinada ao redor do ponto central
- Essa vizinhança é definida por um conjunto bem definido B , chamado de **elemento estruturante**.
- Um elemento estruturante é definido pelos pixels que o formam e que são representados por “.” e “●”
- O pixel “.” simplesmente aparecerá em B para visualizar seu aspecto geométrico. Já o pixel marcado com “●” significa um pixel ativo que tem um papel a desenvolver na interação com a imagem sendo processada.
- Por exemplo:

$$B_{cross} = \left\{ \begin{array}{c} . \bullet . \\ \bullet \bullet \bullet \\ . \bullet . \end{array} \right\}$$

Elemento Estruturante

- O resultado dessa interação é colocado numa posição específica, a do ponto central do elemento estruturante, na imagem no momento da ação.
- O simbolo “()” representa este ponto central (PC) no elemento estruturante.
- Quanto o PC não é indicado, ele corresponde ao centro de massa de B

$$B_{cross} = \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \bullet & \cdot \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \bullet & \cdot \\ \bullet & (\bullet) & \bullet \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{array} \right\}$$

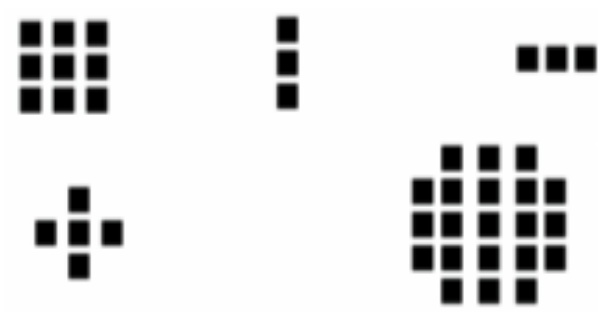
Elemento Estruturante

- O elemento estruturante transposto é denotado por \tilde{B}

$$B = \begin{Bmatrix} \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{Bmatrix}, \text{ então } \tilde{B} = \begin{Bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{Bmatrix}$$

Elemento Estruturante

Exemplos de malhas de elementos estruturantes



Imagem

- Da mesma maneira, por ser binária, a imagem digital X contém dois tipos de informação, o fundo (representado por “.”) e os pixels relevantes (representados por “●”).
- Na forma digital, a imagem X é representada entre “[]” da seguinte maneira.

$$B = \begin{bmatrix} . & . & . & . & . \\ . & \bullet & \bullet & . & . \\ . & \bullet & \bullet & \bullet & . \\ . & \bullet & \bullet & \bullet & . \\ . & \bullet & \bullet & . & . \\ . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

Operadores Elementares

Erosão

- Uma imagem A erodida pelo elemento estruturante B é definida por

$$A \ominus B = \{x | B_x \subseteq A\}$$

- ou seja, B_x quando posicionado e centrado no pixel x de A deve estar totalmente contido em A . Nesse caso, dizemos que o pixel é relevante.
- Exemplo

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \ominus \left\{ \begin{matrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Operadores Elementares

Erosão

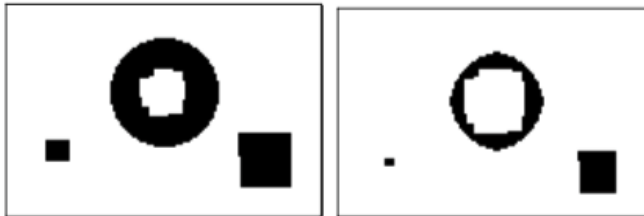
- Deslocando o PC, temos o seguinte resultado

$$\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \dots\dots \end{bmatrix} \ominus \left\{ \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$$

Operadores Elementares

Efeitos da Erosão

- Diminuir partículas
- Eliminar componentes menores que o elemento estruturante
- Aumentar buracos
- Permitir a separação de componentes conectados



Operadores Elementares

Exemplo

```
import cv2
import numpy as np

img = cv2.imread('j.png',0)
kernel = np.ones((5,5),np.uint8)
#kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_RECT,(5,5))
#kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_ELLIPSE,(5,5))
#kernel = cv2.getStructuringElement(cv2.MORPH_CROSS,(3,3))

erosion = cv2.erode(img,kernel,iterations = 1)

cv2.imshow("erosao", erosion)
cv2.waitKey(0)
```

- Você pode definir o elemento estruturante ou usar os disponíveis no OpenCV através da função `cv2.getStructuringElement`
- Note que o OpenCV considera os pixels brancos como sendo relevantes.

Exercícios

- Aplique a erosão na imagem j.png utilizando diferentes elementos estruturantes e quantidade de iterações. Compare os resultados.
- Defina o menor elemento estruturante possível capaz de eliminar a linha branca da imagem linha.png

▶ j.png

▶ linha.png

Operadores Elementares

Dilatação

- Uma imagem A dilatada pelo elemento estruturante B é definida por

$$A \oplus B = \{x | B_x \cap A \neq \emptyset\}$$

- ou seja, B_x quando posicionado e centrado no pixel x de A deve ter interseção com A . Nesse caso, dizemos que o pixel é relevante.
- Exemplo

$$\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \dots\dots \end{bmatrix} \oplus \left\{ \begin{matrix} \cdot\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\cdot \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \\ \cdot\bullet\bullet\bullet\cdot \end{bmatrix}$$

Operadores Elementares

Exercício

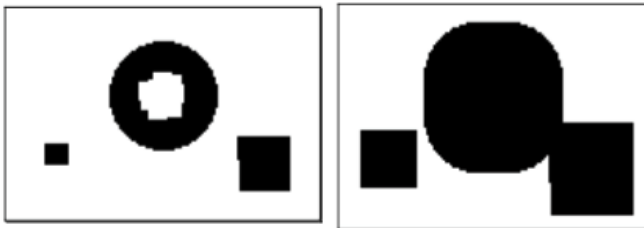
- Efetue a dilatação da imagem A por B

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \oplus \left\{ \begin{array}{c} \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \bullet \cdot \\ \cdot \bullet \cdot \end{array} \right\}$$

Operadores Elementares

Efeitos da dilatação

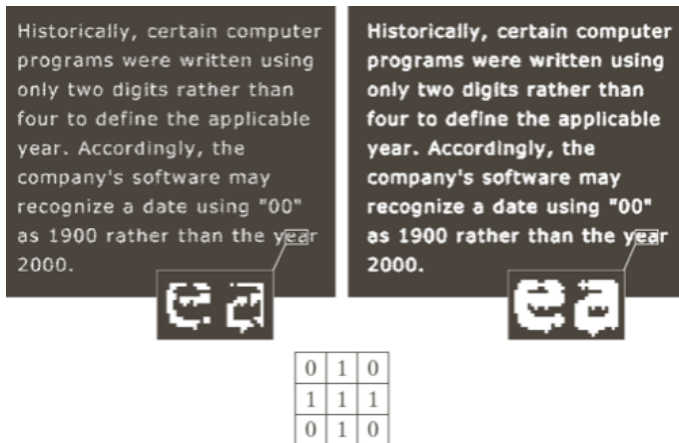
- Aumentar partículas
- Preencher buracos
- Conectar componentes próximos



No OpenCV a dilatação está implementada na **cv2.dilate**. Os parâmetros são os mesmos da **cv2.erode**

Operadores Elementares

Efeitos da dilatação

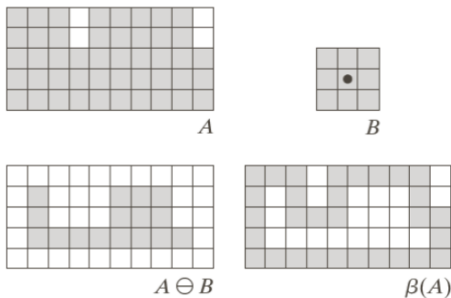


Detecção de Contorno

- O contorno de uma imagem A , representado por $\beta(A)$, pode ser obtido através da morfologia matemática da seguinte forma:

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

- em que o B é o elemento estruturante (em geral, um quadrado ou cruz 3×3).



Detecção de Contorno

Exercicio

- Implemente a detecção de contorno usando a equação do slide anterior. O programa deve receber a imagem da esquerda e fornecer como saída a imagem da direita.

▶ lincoln.png



Abertura e Fechamento

- Vimos que a erosão e a dilatação podem corrigir defeitos numa imagem, como fechamento de buracos, desconectar componentes, etc...
- Entretanto, nenhuma imagem corrigida mantém o mesmo tamanho.
- A partir da propriedade da iteratividade é possível filtrar sem modificar as características de forma e tamanho da imagem.
 - ▶ Abertura
 - ▶ Fechamento

Abertura

- A abertura elimina pequenos componentes e suaviza o contorno.
- A abertura de uma imagem A pelo elemento estruturante B , representada por $A \circ B$ é definida como

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

- Deste modo, a abertura de A por B consiste na erosão de A por B seguida da dilatação do resultado por B .



Abertura

- No OpenCV, a abertura está implementada na função **cv2.morphologyEx**.
- O parâmetro **cv2.MORPH_OPEN** indica a operação de abertura.

```
opening = cv2.morphologyEx(img, cv2.MORPH_OPEN, kernel)
```

- Efeitos da abertura
 - ▶ Não devolve, de forma geral, o conjunto inicial.
 - ▶ Separa componentes.
 - ▶ Elimina pequenos componentes.
 - ▶ O conjunto aberto é mais regular que o conjunto inicial.
 - ▶ O conjunto aberto é menos rico em detalhes que o conjunto inicial.

Fechamento

- O fechamento fecha pequenos buracos e conecta componentes.
- O fechamento de uma imagem A pelo elemento estruturante B , representado por $A \bullet B$ é definido como

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- Deste modo, o fechamento de A por B consiste na dilatação de A por B seguida da erosão do resultado por B .



Abertura

- No OpenCV, a abertura está implementada na função **cv2.morphologyEx**.
- O parâmetro **cv2.MORPH_CLOSE** indica a operação de abertura.

```
opening = cv2.morphologyEx(img, cv2.MORPH_OPEN, kernel)
```

- Efeitos da abertura
 - ▶ Preenche buracos no interior dos componentes, inferior em tamanho em relação ao elemento estruturante.
 - ▶ Conecta componentes próximos.
 - ▶ O conjunto fechado é mais regular que o conjunto inicial.
 - ▶ O conjunto fechado é menos rico em detalhes que o conjunto inicial.

Exemplo

- Nesse caso, temos uma imagem corrompida por ruído
- Aplicando uma erosão, o ruído é eliminado mas os traços da digital são afinados.
- Com a abertura, reconstruímos grande parte dos traços. Entretanto, alguns traços foram desconectados.



$$A \ominus B$$



$$(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$$

Exemplo

- Para mitigar esse problema, podemos
 - ▶ Dilatar a imagem para reconectar os traços
 - ▶ Ou realizar um fechamento, o que reconecta grande parte dos traços sem modificar a estrutura dos mesmos.



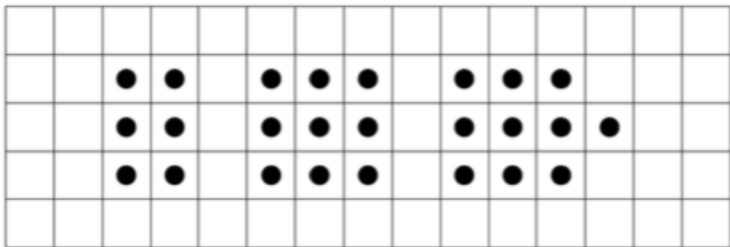
Dilatação



Fechamento

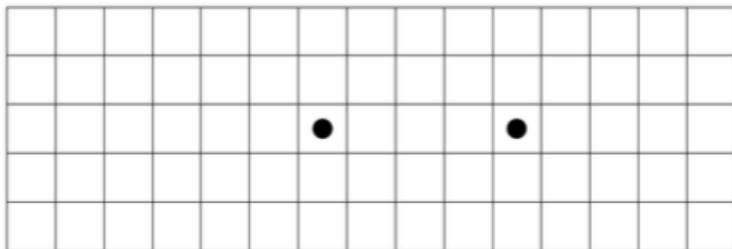
Transformação Hit-or-Miss

- Técnica utilizada para encontrar padrões em imagens
- Pode ser definida em termos de erosões
- Suponha que o objetivo seja encontrar padrões quadrados de tamanho 3×3 na imagem abaixo



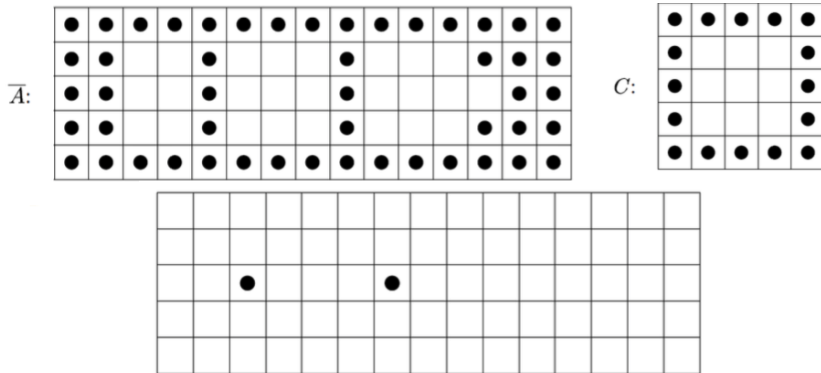
Transformação Hit-or-Miss

- Primeiramente, realizamos erosão ($A \ominus B$), em que B é um elemento estruturante de tamanho 3×3
- Temos como resultado a imagem abaixo



Transformação Hit-or-Miss

- Fazendo a erosão do complemento de A , com um elemento estruturante C ($\bar{A} \ominus C$) que englobe B , temos o seguinte



- A interseção entre os resultados das duas erosões produz 1 pixel no centro do quadrado 3×3 .

Transformação Hit-or-Miss

Generalização

- Quando procuramos um padrão em particular em uma imagem, devemos definir dois elementos estruturantes
 - ▶ B_1 tem a forma do padrão que se busca
 - ▶ B_2 deve englobar B_1
 - ▶ Desta forma, $B = (B_1, B_2)$
- A transformação Hit-or-Miss pode ser escrita como

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (\bar{A} \ominus B_2)$$

Esqueletização

- O esqueleto de uma imagem é uma versão afinada da mesma.
- Equidistante das bordas
- Algumas características são mais fáceis de ser encontradas no esqueleto, como direção, pontos de curvatura, etc.



Esqueletização

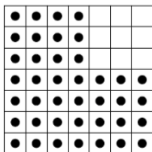
- Tabela de operações usada na construção do esqueleto.

Erosão	Abertura	Diferenças
A	$A \circ B$	$A - (A \circ B)$
$A \ominus B$	$(A \ominus B) \circ B$	$(A \ominus B) - ((A \ominus B) \circ B)$
$A \ominus 2B$	$(A \ominus 2B) \circ B$	$(A \ominus 2B) - ((A \ominus 2B) \circ B)$
$A \ominus 3B$	$(A \ominus 3B) \circ B$	$(A \ominus 3B) - ((A \ominus 3B) \circ B)$
\vdots	\vdots	\vdots
$A \ominus kB$	$(A \ominus kB) \circ B$	$(A \ominus kB) - ((A \ominus kB) \circ B)$

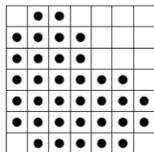
- Sequência de k erosões com o mesmo elemento estruturante: $A \ominus kB$
- O processo acaba quando $(A \ominus kB) \circ B = \emptyset$
- O esqueleto é a união de todas as diferenças

Esqueletização

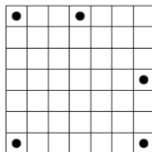
Exemplo



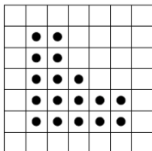
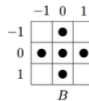
A



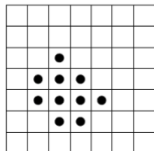
$A \circ B$



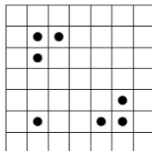
$A - (A \circ B)$



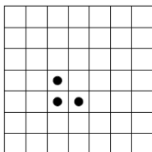
$A \ominus B$



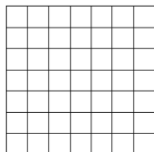
$(A \ominus B) \circ B$



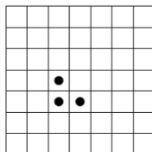
$(A \ominus B) - ((A \ominus B) \circ B)$



$A \ominus 2B$

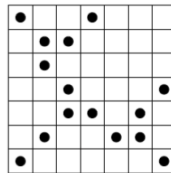


$(A \ominus 2B) \circ B$



$(A \ominus 2B) - ((A \ominus 2B) \circ B)$

Esqueleto



Método de Lantuéjoul

Esqueletização

Exercício

- Usando a tabela de operações apresentada anteriormente, implemente o método de esqueletização de Lantuéjoul.
- Apresente a imagem do esqueleto sobreposta a imagem de entrada.



Reconstrução Binária

Adicionar um slide sobre reconstrução binária...

Morfologia em Nível de Cinza

- Operações morfológicas podem ser também aplicadas em imagens em níveis de cinza
- Operadores MAX e MIN
- Para imagens coloridas, a operação deve ser aplicada em cada canal (RGB)
- Para imagens em nível de cinza, o elemento estruturante contém valores reais.

Morfologia em Nível de Cinza

- O valor zero no elemento estruturante contribui para o valor final.
- Ou seja, zero é diferente de “don't care”

The diagram illustrates that a zero value in a structuring element contributes to the final result, unlike a "don't care" value. It shows two 3x3 grids separated by a not-equal sign (\neq). The left grid has a central value of 2 (highlighted in pink) surrounded by 1s, with zeros in the corners. The right grid has a central value of 2 (highlighted in pink) surrounded by 1s, with gray squares in the corners representing "don't care" values.

0	1	0
1	2	1
0	1	0

 \neq

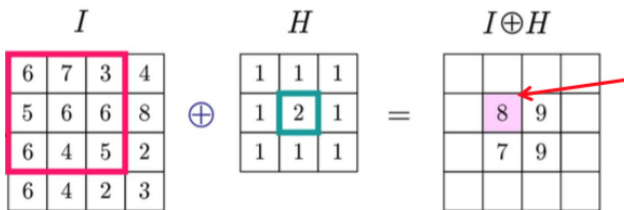
	1	
1	2	1
	1	

Morfologia em Nível de Cinza

Dilatação

- Selecione o valor máximo após sobreposição do elemento estruturante

$$(I \oplus H)(v, u) = \max_{(i,j) \in H} \{I(u + i, v + j) + H(i, j)\}$$



Morfologia em Nível de Cinza

Erosão

- Selecionar o valor mínimo após sobreposição do elemento estruturante

$$(I \ominus H)(v, u) = \min_{(i,j) \in H} \{I(u + i, v + j) - H(i, j)\}$$

