## Representação em Ponto Fixo - Complemento de 2

Representação em complemento de dois círculo da representação + overflow

$$
\begin{aligned}
x+\bar{x} & =-1 \\
x+\bar{x}+1 & =0 \\
\bar{x}+1 & =-x
\end{aligned}
$$



## Representação em Ponto Fixo (cont.)

$$
\begin{aligned}
\left(x_{31} \cdot-2^{31}\right) & +\left[x_{30} \cdot 2^{30}+\ldots+x_{0} \cdot 2^{0}\right] \\
\left(0 \cdot-2^{31}\right)+[\ldots] & \rightarrow 0001 \\
\left(1 \cdot-2^{31}\right)+[\ldots] & \rightarrow \mathbf{1} 111
\end{aligned}
$$

|  | -128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| :--- | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $+\mathbf{1}=\mathbf{0}+\mathbf{1}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $\mathbf{- 1}=-\mathbf{1 2 8}+\mathbf{1 2 7}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $\mathbf{- 1 2 5}=-\mathbf{1 2 8}+\mathbf{3}$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $\mathbf{- 3}=-\mathbf{1 2 8}+\mathbf{1 2 5}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

## Multiplicação

$$
\text { Efetuar } \mathbf{1 0 0 0}_{10} \times \mathbf{1 0 0 1}_{10}
$$

conclusões?

```
for (i=0; i < 32 ; i++) {
    if (multiplicador & 01 == 1)
            produto += multiplicando ;
    multiplicando << 1 ;
    multiplicador >> 1 ;
}
```



UFPR BCC CI212 2016-2- aritmética ponto fixo

## Circuito multiplicador V2

Metade do multiplicando é sempre zero, e bits menSign do produto não mudam após soma $\rightarrow$ deslocar produto para a direita!


UFPR BCC CI212 2016-2- aritmética ponto fixo
Circuito multiplicador V3
Problema: iniciam 32 bits menos significativos do produto em zero; multiplicador desloca-se para a direita...


## Circuito multiplicador V3

Sinais: negativo se sinais diferentes; converte negativos para positivos e lembra sinais

Otimização:

- pular dois zeros de cada vez
- desenrolar loop
- Algoritmo de Booth - leitura e lista!
- ver questão sobre multiplicador de 2005-2 (primeira prova)


## Divisão

Efetuar $100 \mathbf{1 0 1 0}_{10} / \mathbf{1 0 0 0}_{10}$
conclusões?

## Divisão

```
    dividendo = quociente * divisor + resto
resto = dividendo ;
for (i=0; i < 33 ; i++) {
    resto -= divisor;
    if (resto >= 0) {
        quociente = (quociente << 1) + 1 ;
    } else {
        resto += divisor ;
        quociente = (quociente << 1) + 0 ;
    }
    divisor >> 1 ;
}
```


## Circuito divisor V1

```
/* INIC: divisor na metade esquerda de divisor */
/* e dividendo na metade direita de resto */
resto = dividendo ;
for (i=0; i < 33 ; i++) {
    resto -= divisor;
    if (resto >= 0) {
                quociente = (quociente << 1) + 1 ;
        } else {
            resto += divisor ;
            quociente = (quociente << 1) + 0 ;
        }
        divisor >> 1 ;
}
```

Circuito divisor V1


## Circuito divisor V2

Problema: metade do divisor é inútil;
resto pode ser deslocado para esquerda: 32 iterações

```
/* INIC: dividendo na direita de resto */
resto = dividendo ;
for (i=0; i < 32 ; i++) {
    resto = resto << 1 ;
    resto -= divisor;
    if (resto >= 0) {
        quociente = (quociente << 1) + 1 ;
    } else {
            resto += divisor ;
        quociente = (quociente << 1) + 0 ;
    }
}
```



## Divisor V1 vs V2

Diferença no número de passos dos algoritmos:
V1: primeira subtração é SEMPRE zero!


UFPR BCC CI212 2016-2- aritmética ponto fixo

## Divisor V1 vs V2

V2: se deslocar resto ANTES de subtrair, economiza primeiro passo do algoritmo da versão V 1


## Circuito divisor V3

Inserir bits do quociente em dividendo/resto
soma somente 32 bits mais significativos do dividendo/resto

```
resto = dividendo ;
for (i=0; i < 32 ; i++) {
    resto = resto << 1 ;
    resto -= divisor;
    if (resto >= 0) {
            (resto = resto << 1) + 1 ;
    } else {
            resto += divisor ;
            (resto = resto << 1) + 0 ;
    }
}
[(resto = resto >> 1)63:32] ;
```

Circuito divisor V3


Divisão: etc

Sinais na divisão:
resto tem sinal do dividendo quociente negativo se sinais diferentes

Implementação:
mesmo circuito multiplica e divide!

Optimizações?

