

Busca em Vetor Ordenado

Definição. Dizemos que um vetor $v[a..b]$ é ordenado se

$$v[i] \leq v[i + 1] \text{ para todo } a \leq i < b.$$

Busca em Vetor Ordenado

Instância: (x, v, a, b) , onde x é um valor e $v[a..b]$ é um vetor ordenado.

Resposta: o lugar que x deve ocupar em v , isto é, o menor $m \in [a - 1..b]$ tal que

$$x < v[i] \text{ para todo } i \in [m + 1..b]$$

Exemplo.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$v[i]$	4	8	8	15	16	16	23	42

A resposta da instância $(15, v, 1, 8)$ é 4.

A resposta da instância $(16, v, 1, 8)$ é 6.

A resposta da instância $(8, v, 1, 8)$ é 3.

A resposta da instância $(10, v, 1, 8)$ é 3.

A resposta da instância $(4, v, 1, 8)$ é 1.

A resposta da instância $(1, v, 1, 8)$ é 0.

A resposta da instância $(42, v, 1, 8)$ é 8.

A resposta da instância $(50, v, 1, 8)$ é 8.

BuscaSequencial(x, v, a, b)

Se $x \geq v[b]$
Devolva b

Devolva BuscaSequencial($x, v, a, b - 1$)

 BuscaSequencial(x, v, a, b)

 Se $a > b$
 Devolva $a - 1$

 Se $x \geq v[b]$
 Devolva b

 Devolva *BuscaSequencial*($x, v, a, b - 1$)

Exemplo. Executar *BuscaSequencial*(8, v , 1, 8) e *BuscaSequencial*(20, v , 1, 8)

Análise

$C(x, v, a, b)$: número de comparações com elementos de v efetuadas na execução de *BuscaSequencial*(x, v, a, b).

Diretamente do algoritmo *BuscaSequencial* temos

$$C(x, v, a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } a > b, \\ 1, & \text{se } a \leq b \text{ e } x \geq v[b], \\ 1 + C(x, v, a, b - 1), & \text{se } a \leq b \text{ e } x < v[b]. \end{cases}$$

Fazendo

$$\begin{aligned} C^+(n) &= \max \{C(x, v, a, b) \mid b - a + 1 = n\}, \\ C^-(n) &= \min \{C(x, v, a, b) \mid b - a + 1 = n\}. \end{aligned}$$

temos

$$C^+(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ \max \{1, 1 + C^+(n - 1)\}, & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

e

$$C^-(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ \min \{1, 1 + C^-(n - 1)\}, & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

Então

$$C^+(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 1 + C^+(n - 1), & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

e resolvendo a recorrência,

$$C^+(n) = n, \text{ para todo } n \geq 0.$$

Do mesmo modo,

$$C^-(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 0, \\ 1 & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

Teorema. *Para toda instância (x, v, a, b) do problema de Busca em Vetor Ordenado com $a \leq b$, o Algoritmo BuscaSequencial efetua entre 1 e $n = b - a + 1$ comparações com elementos de v .*

Versão Iterativa

BuscaSequencial(x, v, a, b)

$i \leftarrow b$

Enquanto $a \leq i$

 Se $x \geq v[i]$

 Devolva i

$i \leftarrow i - 1$

Devolva i

Exemplo. *Executar BuscaSequencial(8, v, 1, 8)*