BUSCA EM VETOR ORDENADO

Algoritmos e Estrutura de Dados II

Prof. André Vignatti

VETOR ORDENADO

Definição. *Dizemos que um vetor* $v[a..b]$ *é* ordenado *se*

$$v[i] \leq v[i+1] \text{ para todo } a \leq i < b.$$

Busca em Vetor Ordenado

Instância: (x, v, a, b), onde x é um valor e $v[a..b]$ é um vetor ordenado

Resposta: o lugar que x deve ocupar em v, isto é, o menor $m \in [a-1..b]$ tal que

$$x < v[i] \text{ para todo } i \in [m+1..b]$$

BUSCA EM VETOR ORDENADO

Busca em Vetor Ordenado

Instância: (x, v, a, b), onde x é um valor e $v[a..b]$ é um vetor ordenado

Resposta: o lugar que x deve ocupar em v, isto é, o menor $m \in [a-1..b]$ tal que

$$x < v[i] \text{ para todo } i \in [m+1..b]$$

Exemplo.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$v[i]$	4	8	8	15	16	16	23	42

A resposta da instância $(15, v, 1, 8)$ *é* 4.

A resposta da instância $(16, v, 1, 8)$ *é* 6.

A resposta da instância $(8, v, 1, 8)$ *é* 3.

A resposta da instância $(10, v, 1, 8)$ *é* 3.

A resposta da instância $(4, v, 1, 8)$ *é* 1.

A resposta da instância $(1, v, 1, 8)$ *é* 0.

A resposta da instância $(42, v, 1, 8)$ *é* 8.

A resposta da instância $(50, v, 1, 8)$ *é* 8.

ALGORITMO RECURSIVO

BuscaSequencial(x,v,a,b)

Se $x \geq v[b]$
    Devolva b

Devolva *BuscaSequencial*$(x, v, a, b-1)$

BuscaSequencial(x,v,a,b)

Se $a > b$
    Devolva $a - 1$

Se $x \geq v[b]$
    Devolva b

Devolva *BuscaSequencial*$(x, v, a, b-1)$

Exemplo. *Executar BuscaSequencial*$(8, v, 1, 8)$ *e BuscaSequencial*$(20, v, 1, 8)$

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$v[i]$	4	8	8	15	16	16	23	42

BuscaSequencial(x,v,a,b)

```
Se a > b
    Devolva a − 1

Se x ≥ v[b]
    Devolva b

Devolva BuscaSequencial(x, v, a, b − 1)
```

ANÁLISE

$C(x, v, a, b)$: número de comparações com elementos de v feitas por $BuscaSequencial(x, v, a, b)$

$$C(x,v,a,b) = \begin{cases} 0, & \text{se } a > b, \\ 1, & \text{se } a \leq b \text{ e } x \geq v[b], \\ 1 + C(x,v,a,b-1), & \text{se } a \leq b \text{ e } x < v[b]. \end{cases}$$

ANÁLISE

Fazendo

$$\begin{aligned} C^+(n) &= \max\{C(x,v,a,b) \mid b-a+1=n\} \\ C^-(n) &= \min\{C(x,v,a,b) \mid b-a+1=n\} \end{aligned}$$

temos

$$C^+(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ \max\{1, 1 + C^+(n-1)\}, & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

e

$$C^-(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ \min\{1, 1 + C^-(n-1)\}, & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

ANÁLISE

Então

$$C^+(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 1 + C^+(n-1), & \text{se } n > 0, \end{cases}$$

e resolvendo a recorrência,

$$C^+(n) = n, \text{ para todo } n \geq 0.$$

Do mesmo modo,

$$C^-(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 0, \\ 1 & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

ANÁLISE: CONCLUSÃO

Teorema. *Para toda instância* (x, v, a, b) *do problema de* *Busca em Vetor Ordenado* *com* $a \leq b$, *o Algoritmo* *BuscaSequencial* *efetua entre* 1 *e* $n = b - a + 1$ *comparações com elementos de* v.