

# Exercícios - Notação Assintótica - Parte 1

## Análise de Algoritmos - DINF - UFPR

**Exercício 1.** Mostre que quaisquer que sejam os coeficientes  $c_1, \dots, c_k$ , a função polinomial  $f(n) = c_k n^k + c_{k-1} n^{k-1} \cdot \dots \cdot c_1 n + c_0$  é  $\mathcal{O}(n^k)$ .

**Exercício 2.** Mostre que  $n^3$  não é  $\mathcal{O}(n^2)$ .

**Exercício 3.** Mostre que  $n^3 + \mathcal{O}(n^2) = \mathcal{O}(n^3)$ .

**Exercício 4.** Seja  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função limitada assintoticamente por uma constante. Mostre que  $\mathcal{O}(1)f(n) = \mathcal{O}(1)$ .

**Exercício 5.** Seja  $g(n) = \mathcal{O}(1)$  e  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  assintoticamente positiva e não-decrescente. Então  $f(g(n)) = \mathcal{O}(1)$ . Ou seja,  $f(\mathcal{O}(1)) = \mathcal{O}(1)$ .

**Exercício 6.** Mostre que  $\sqrt{n}$  não é  $\mathcal{O}(1)$ .

**Exercício 7.** Mostre que  $\log_b n = \mathcal{O}(\log_a n)$  para todo  $a > 1, b > 1$

**Exercício 8.** Sejam  $f'(n), g'(n)$  funções não negativas tal que  $f'(n) = \mathcal{O}(f(n))$  e  $g'(n) = \mathcal{O}(g(n))$ . Mostre que

$$f'(n) \cdot g'(n) = \mathcal{O}(f(n) \cdot g(n)).$$

**Exercício 9.** Dê uma estimativa usando a notação  $\mathcal{O}$  para  $f(x) = (x + 1) \log(x^2 + 1) + 3x^2$ .

**Exercício 10.**  $2^{n+1} = \mathcal{O}(2^n)$ ?  $2^{2n} = \mathcal{O}(2^n)$ ? Explique.

**Exercício 11.** Prove que  $2^n = \mathcal{O}(n!)$