

# Exercícios - Somatórios e Logaritmos

Análise de Algoritmos - DINF - UFPR

**Exercício 1.** Calcule o valor dos seguintes somatórios:

(a)  $\sum_{k=1}^5 (k + 1)$

(b)  $\sum_{j=0}^4 (-2)^j$

(c)  $\sum_{t=1}^{100} 3$

(d)  $\sum_{j=0}^8 (2^{j+1} - 2^j)$

(e)  $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 (i + j)$

(f)  $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (2i + 3j)$

(g)  $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 i$

(h)  $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 j$

**Exercício 2.** Prove que  $\sum_{j=1}^n (a_j - a_{j-1}) = a_n - a_0$ , onde  $a_0, a_1, \dots, a_n$  é uma sequência de números reais. Esse tipo de soma é chamada de *soma telescópica*.

**Exercício 3.** Considere a seguinte equação (facilmente demonstrável ser verdadeira):  $k^2 - (k - 1)^2 = 2k - 1$ . Some essa equação de  $k = 1$  até  $k = n$ , e use o resultado do exercício de soma telescópica para encontrar:

(a) Uma fórmula para  $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$  (a soma dos primeiros  $n$  números ímpares).

(b) Uma fórmula para  $\sum_{k=1}^n k$ .

**Exercício 4.** Escreva as seguintes equações usando logaritmos ao invés de potências:

(a)  $2^{10} = 1024$

(b)  $10^{-3} = 0.001$

(c)  $\sqrt{49} = 7$

(d)  $32^{-2/5} = \frac{1}{4}$

**Exercício 5.** Determine o valor dos seguintes logaritmos:

(a)  $\log_5 125$

(b)  $\log_{81} 3$

(c)  $\log_e \left(\frac{1}{e^3}\right)$

(d)  $\log_c \sqrt{c}$

**Exercício 6.** Suponha que  $\log_4 x = y$ . Encontre as seguintes quantidades:

(a)  $\log_2 x$

(b)  $\log_8 x$

(c)  $\log_{16} x$

**Exercício 7.** Sejam  $a, b$  e  $c$  reais positivos. Mostre que  $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ .

**Exercício 8.** Use logaritmos para resolver as seguintes equações em  $x$  (não precisa chegar num valor numérico único, basta isolar  $x$ ):

(a)  $10^x = 5$

(b)  $e^x = 8$

(c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{100}$

(d)  $10^x = e^{2x-1}$

(e)  $2^{3x+1} = 5^{x+6}$

(f)  $c^{\frac{1}{2^x}} = 1$ , onde  $c \in \mathbb{R}$ .