

Alguns exercícios da lista 3

1 Resolver os sistemas lineares abaixo pelo método da eliminação de Gauss. Resolva primeiro sem estratégia de pivoteamento e depois usando estratégia de pivoteamento parcial.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ -x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 - 5x_3 - x_4 = 0 \\ -3x_1 + 8x_2 + 8x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -1 \end{cases}$$

2 Resolva os sistemas abaixo usando os métodos de Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel. Verifique o critério de convergência para cada caso.

$$X^{(0)} = (1; 1, 5; 0)^T \text{ e } \epsilon \leq 0,05$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -4 \\ -x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$X^{(0)} = (0; 0; 0)^T \text{ e } \epsilon \leq 0,05$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 13 \\ 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

3 Verifique a convergência dos sistemas abaixo e depois aplique o método de Gauss-Seidel. Para cada sistema é dado uma matriz A e um vetor b .

$$A_1 = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4 Usando o critério de Sassenfeld, verifique para que valores positivos de K se tem garantia de que o método de Gauss-Seidel vai gerar uma sequência convergente para a solução do sistema.

$$\begin{cases} Kx_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ Kx_1 + 6x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 3 \end{cases}$$

Escolha o menor valor de K e faça duas iterações do método de Gauss-Seidel para o sistema obtido.