

# Extremal Optimization

---

André Britto de Carvalho  
Rodolfo Barriviera

# Sumário

---

- Introdução
  - *Extremal Optimization*
  - Comparação entre técnicas
  - Exemplos
  - Conclusões
-

# Introdução

---

## *Self Organized Criticality*

- Utilizada para explicar comportamento de fenômenos naturais e sistemas complexos
    - Evolução
    - Mercado financeiro
    - Frequência de terremotos
-

# Introdução

---

- *Self Organized Criticality (SOC)*
    - Sistemas complexos e com muito elementos interagindo evoluem naturalmente para uma condição crítica.
    - Uma pequena mudança num destes elementos pode causa uma “avalanche”.
    - A avalanche pode atingir qualquer elemento do sistema.
-

# Introdução

---

## □ *Self Organized Criticality*

- A distribuição de probabilidade das avalanches foi descrita:
    - Maior ocorrência de pequenas avalanches.
    - Probabilidade pequena de ocorrência de grandes avalanches, que podem alterar todo o sistema.
-

# Extremal Optimization

---

- Busca heurística local, de propósito geral, baseada em termos da *SOC*.
  - Baseia em processos de não-equilíbrio.
-

# Extremal Optimization

---

- Inspirada nas tentativas anteriores de se intuir uma otimização através de processos físicos.
    - Simulated Annealing
    - Algoritmos Genéticos
-

# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

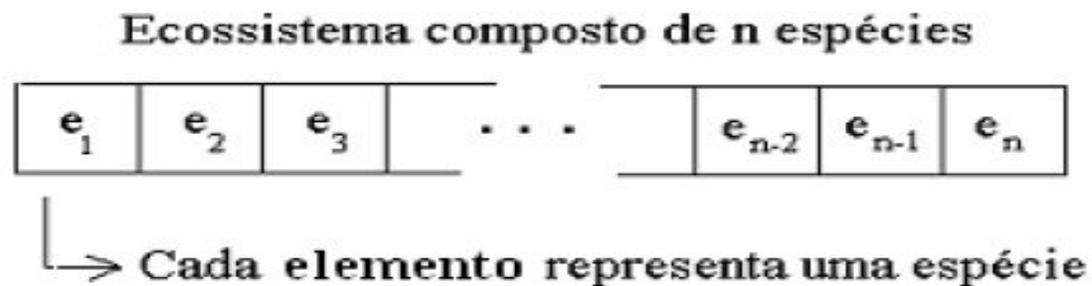
- Modelo em que EO se baseia.
  - Reproduz características de um modelo de evolução: *punctuated equilibrium*.
    - A evolução não ocorre de forma gradual.
    - Ocorre através de saltos
    - Longos períodos de inatividade.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

- Espécies de um mesmo ecossistema são postas lado a lado.
- Lista circular, em que espécies adjacentes são consideradas como vizinhas.



# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

- Cada espécie possui um índice de adaptação  $I_a$ , entre 0 e 1.
  - O processo de evolução começa escolhendo-se a espécie de menor  $I_a$ .
  - Aleatoriamente atribui-se um novo valor aleatório a adaptação deste elemento.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

- A mudança do  $I_a$  do elemento menos adaptado força seus vizinhos a se adaptarem ao novo competidor.
  - Os vizinhos também sofrem mutação.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

- Após um certo número iterações o sistema evolui para um estado crítico.
  - Quase todas as espécies atingem um  $I_a$  acima de um limiar crítico.
    - Ponto mínimo, máximo ou de inflexão de uma função.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Modelo Bak-Sneppen

- Então a dinâmica do sistema faz com que ocorra um cadeia de avalanches (SOC).
  - Com isto, potencialmente, qualquer configuração das adaptações é possível.
-

# Extremal Optimization

---

- O modelo de Bak-Sneppen pode encontrar soluções ótimas modificando sempre as soluções menos adaptadas e pode fugir ótimo locais através das avalanches.
-

# Extremal Optimization

---

- Sucessivamente retira um componente indesejado de uma solução sub-ótima.
  - Encontrar o elemento de pior adaptação (*fitness*) do sistema.
-

# Extremal Optimization

---

- ❑ Define custos para cada variável ao invés de um custo global da solução.
  - ❑ Atribuir um novo valor aleatório a este elemento.
-

# Extremal Optimization

---

- ❑ A princípio a EO irá executar uma busca aleatória ineficiente.
  - ❑ Mas a escolha a favor do pior elemento direciona a busca para um ótimo global (Intensificação).
  - ❑ A atribuição de valores aleatórios ajudam o sistema a fugir de ótimos locais (Diversificação).
-

# Extremal Optimization

---

## □ Algoritmo $\tau - EO$

- Em determinados problemas o algoritmo básico da EO se torna determinístico.
  - Nestes casos o algoritmo fica preso num mínimo local.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Algoritmo $\tau - EO$

- Para evitar este comportamento um parâmetro probabilístico é adicionado ao algoritmo.
  - Fixo durante todo o processo.
  - Varia apenas de acordo com o tamanho da instância do problema.
-

# Extremal Optimization

---

## □ Algoritmo $\tau$ -EO

- Os elementos são “rankeados”,  $1 \leq n \leq N$ , de acordo com seu *fitness*.
- O pior elemento é rankeado como 1 e o melhor como  $N$ .
- A probabilidade de cada elemento é definida como:

$$P_k \propto k^{-\tau}, \quad 1 \leq k \leq n.$$

---

# Comparação entre técnicas

---

## □ Simulated Annealing X EO

- Emula o comportamento de um equilíbrio termal.
  - Aceita ou rejeita um novo estado usando o algoritmo de Metropolis (Probabilístico)
-

# Comparação entre técnicas

---

- Simulated Annealing X EO
    - Força o equilíbrio do sistema.
    - Necessita de um controle complexo da temperatura.
-

# Comparação entre técnicas

---

## □ Simulated Annealing X EO

- A EO, ao contrário, direciona o sistema para longe do equilíbrio.
  - Não aplica nenhum critério de decisão e novas configurações são geradas indiscriminadamente.
-

# Comparação entre técnicas

---

## □ Algoritmos Genéticos X EO

- Ambos são baseados em evolução e utilizam conceitos de *fitness*.
  - Porém são bastante diferentes.
-

# Comparação entre técnicas

---

## □ Algoritmos Genéticos X EO

- Nos AG o *fitness* é de toda uma solução, enquanto no EO o fitness é de um atributo.
  - O AG utiliza uma população de soluções, enquanto o EO utiliza apenas uma única solução.
-

# Comparação entre técnicas

---

## □ Algoritmos Genéticos X EO

- O AG baseia-se na idéia de gerar uma nova geração através da escolha dos melhores pais.
  - O EO utiliza a idéia de melhorar os piores elementos e aumentar a competição no sistema.
-

# Exemplos

---

- Bi-Particionamento de Grafos
    - Conjunto de  $N$  vértices.
    - Particionar em dois conjuntos iguais.
    - O número de arestas ligando os dois conjuntos deve ser mínimo (*cutize*).
-

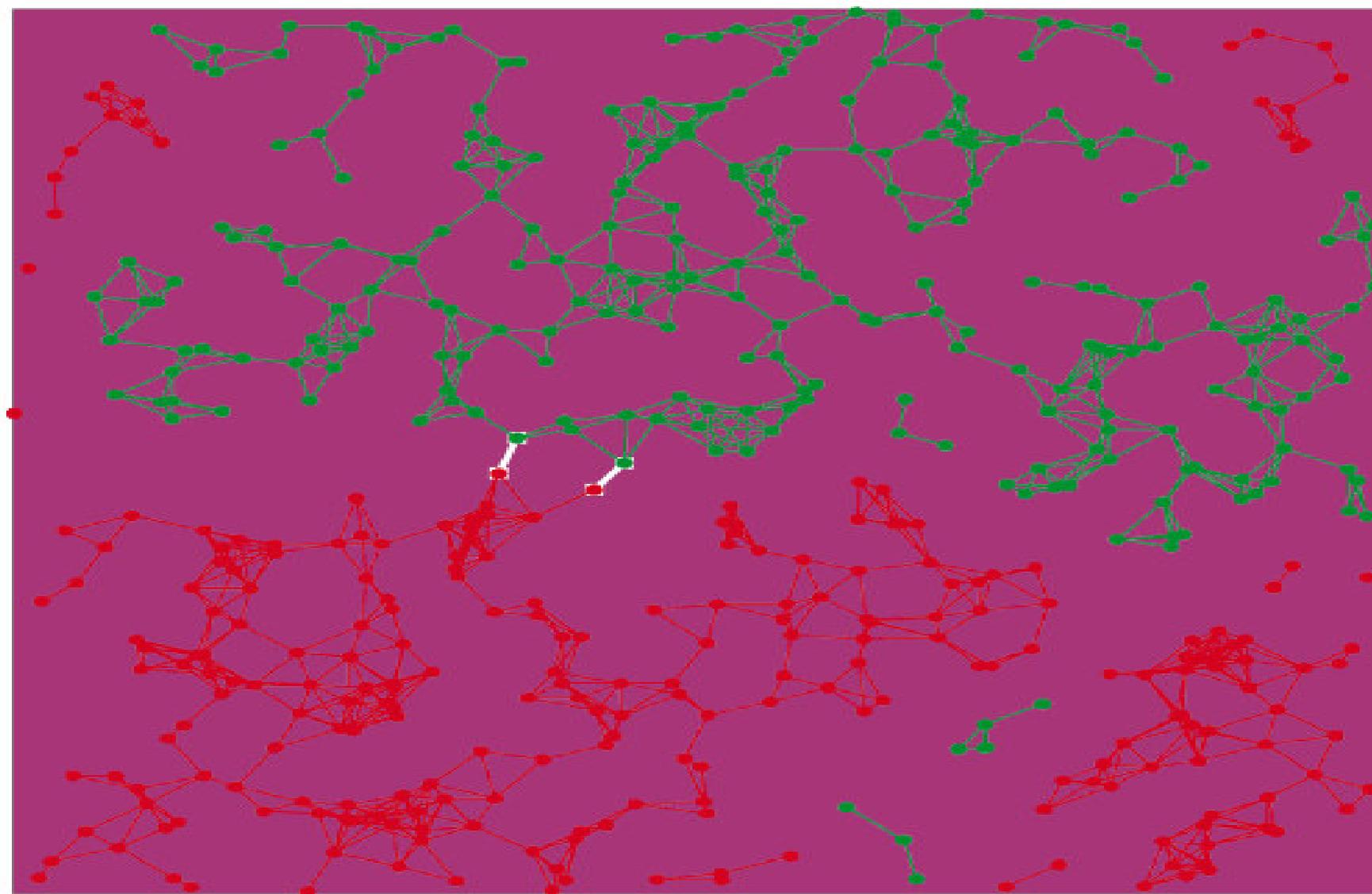


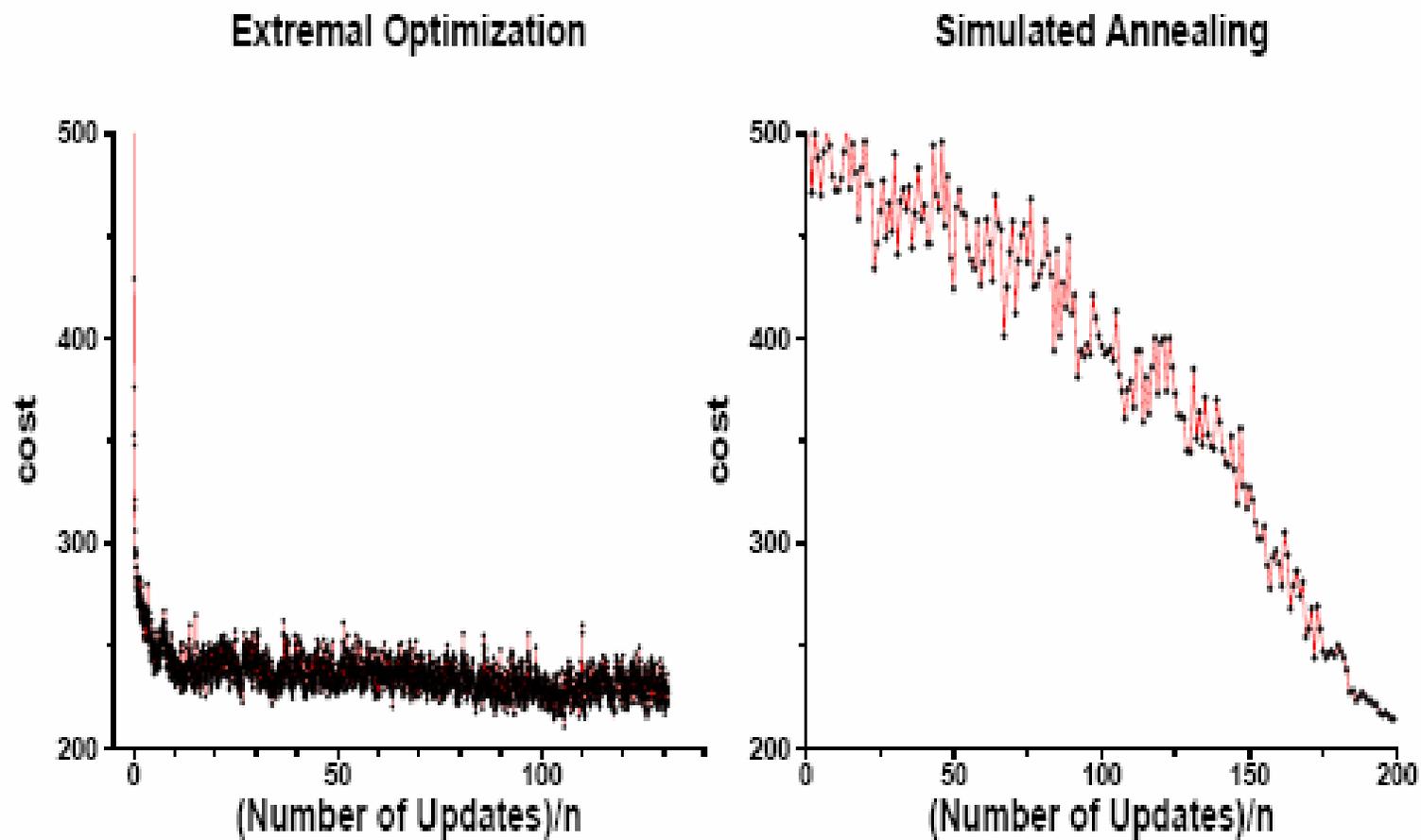
Fig. 1. Optimal partition of an  $N = 500$  geometric graph with  $C = 5$ . Any two points in the unit square are connected by an edge if their separating distance  $d$  satisfies  $N\pi d^2 < 5$ . The 250 green points make up one subset, and the 250 red points make up the other. Over a sample of 30 runs, extremal optimization averaged a cutsize of 3.7, and eight times found partitions with a cutsize of 2 (shown here in white).

# Exemplos

---

## □ Bi-Particionamento de Grafos

- EO rotula os vértice aleatoriamente.
  - EO busca o vértice de um grupo que está mais conectado ao outro grupo (*fitness do atributo*).
  - Troca este vértice com um elemento aleatório do outro grupo.
-



*Figure 2.* Evolution of the cost function  $C(S)$  during a typical run of EO (left) and SA (right) for the bipartitioning of an  $n = 500$ -vertex graph  $G_{500}$  introduced in Ref. [38]. The best cost ever found for  $G_{500}$  is 206. In contrast to SA, which has large fluctuations in early stages of the run and then converges much later, extremal optimization quickly approaches a stage where broadly distributed fluctuations allow it to probe and escape many local minima.

# Conclusões

---

- ❑ Metaheurística baseada em um modelo de evolução utilizada para resolver problema de otimização combinatório.
  - ❑ Consegue obter resultados melhores que os algoritmos do “estado-da-arte”.
  - ❑ Possui apenas um parâmetro de configuração.
-

# Conclusões

---

- ❑ Visa introduzir uma alternativa para resolução de problema difíceis.
  - ❑ Simula uma dinâmica que fica longe do equilíbrio.
  - ❑ Complementa métodos que utilizam uma dinâmica a favor do equilíbrio.
-