

Relatório Técnico: Algoritmo Cultural para o Problema do Caixeiro Viajante

André Britto de Carvalho, Rodolfo Barriveira

Resumo. Este trabalho introduz um algoritmo baseado no modelo dos Algoritmos Culturais para o problema do Caixeiro Viajante. São construídas duas estruturas para o espaço de crenças, uma delas proposta neste relatório. O algoritmo proposto utiliza a metaheurística da Busca Local Iterativa para refinamento do resultado final. Um conjunto de casos de teste é executado para a validação dos resultados.

1. Introdução

O Problema do Caixeiro é largamente utilizado para a validação de novos algoritmos propostos. Neste trabalho, será apresentado um algoritmo baseado no modelo dos Algoritmos Culturais para o problema do Caixeiro Viajante.

Os Algoritmos Culturais foram propostos em 1994[7] visando a incorporação à busca de um mecanismo de mapeamento do conhecimento de forma explícita. Este mapeamento ocorre através da herança cultural da população. Baseado neste conceito, os Algoritmos Culturais introduzem um novo espaço na busca, o espaço das crenças. Assim, indivíduos de uma população evoluem tanto geneticamente quanto culturalmente.

Para o desenvolvimento do algoritmo foram construídas duas estruturas de espaço de crenças. Estes espaços utilizaram conceitos das categorias do conhecimento para Algoritmos Culturais[2]. A primeira estrutura baseou-se um trabalho para o problema do Escalonamento de Tarefas. A segunda será proposta neste relatório e baseia nos conceitos do Conhecimento Normativo a na estrutura de vizinhança do Caixeiro Viajante.

Para obtenção de melhores resultados finais, o algoritmo proposto foi hibridizado com a metaheurística da Busca Local Iterativa (ILS)[5]. Ao final da execução do cultural, o ILS é executado para o refinamento do resultado. Para validação destes é feito um conjunto de casos de teste, utilizando-se diferentes bases de teste.

Este relatório está organizado como descrito a seguir. A Seção 2 apresenta uma introdução aos Culturais. A Seção 3 mostra detalhes da metaheurística ILS. Na Seção 4 são apresentadas informações sobre o algoritmo desenvolvido. Os resultados são discutidos na Seção 5 e por fim a Seção 6 apresenta as conclusões deste relatório.

2. Algoritmos Culturais

A metaheurística dos Algoritmos Culturais (CA) foi proposta por Reynolds em 1994[7]. É um modelo computacional que surgiu através da observação do processo evolutivo cultural humano. Este, possui um sistema de herança dupla que caracteriza a evolução humana. A herança pode ser ao nível de macro-evolutivo: que toma lugar no de espaço de crenças, que representa a cultura adquirida, e micro-evolutivo: que ocorre no espaço populacional [6].

Os Algoritmos Culturais possui três principais componentes: o espaço populacional, o espaço de crenças e um protocolo de comunicação entre estes dois espaços[2]. O espaço populacional pode ser definido através de qualquer modelo computacional conhecido, como os Algoritmos Genéticos e a Computação Evolucionária.

Métodos da computação evolutiva convencionais, não utilizam o conhecimento do problema adquirido na busca para encontrar melhores soluções. A principal idéia do CA, é de adquirir conhecimento sobre a população, guardá-lo de forma explícita no espaço de crenças e usá-lo para guiar a busca. O espaço populacional produz conhecimento dentro do nível micro-evolutivo, que é enviado ao espaço de crenças e usado para ajustar as estruturas simbólicas existentes. Este novo conhecimento pode ser usado para modificar a próxima geração da população.

A figura 1, apresenta o pseudocódigo do algoritmo cultural.

Algoritmo : Pseudo-código do algoritmo cultural.

$t \leftarrow 0$;

Inicializar a população $POP(t)$;

Inicializar o espaço de crenças $BLF(t)$;

repetir

Avaliar população $POP(t)$;

$Atualizar(BLF(t), Aceitar(POP(t)))$;

$Gerar(POP(t), Influenciar(BLF(t)))$;

$t \leftarrow t + 1$;

Selecionar $POP(t)$ de $POP(t - 1)$;

até (condição de término não atingida) ;

Figura 1. Pseudocódigo do algoritmo Cultural

Inicialmente, no instante $t = 0$, a população, $POP(t)$, e o espaço de crenças, $BLF(t)$, são iniciados. Após isto, é efetuado um laço evolutivo, até q uma condição de parada seja alcançada.

No processo evolutivo, inicialmente a população é avaliada através da função desempenho, $obj()$. Esta informação é usada na seleção dos indivíduos da próxima geração, ao final da iteração. A função $Aceitar()$, determina quais indivíduos na geração atual serão permitidos contribuir com o espaço de crenças. Estas experiências de cada indivíduo serão usadas para ajustar o conhecimento do espaço de crenças, pela função $Atualizar()$.

A geração de novos indivíduos, através da população corrente, ocorre através da influência do espaço de crença no espaço populacional. A função $Gerar()$ produz novos indivíduos através da população no instante t e da função $Influenciar()$ do espaço de crenças.

A Figura 2 apresenta um fluxograma do protocolo de comunicação entre o espaço de crenças e o espaço populacional, além das funções executadas por cada espaço.

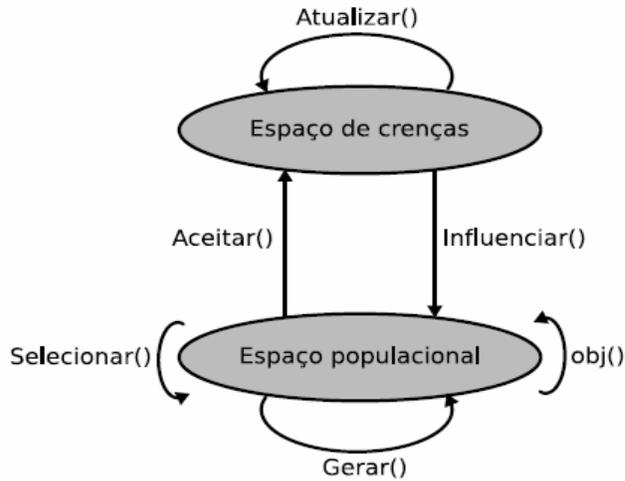


Figura 2 – Fluxograma do algoritmo Cultural

Como dito anteriormente, os caminhos do fluxograma: Aceitar(), Influenciar(), experiência individual, obj() criam o sistema de hierarquia dupla. Este processo é feito para cada geração, até a condição de término ser satisfeita. Assim, a população e suas crenças interagem se influenciando, similarmente a evolução cultural humana.

Uma das principais questões do CA é como representar o conhecimento para se obter uma melhor no resultado da busca. Em [2] é apresentado um conjunto de categorias de conhecimento que podem ser utilizadas na a construção do espaço de crenças. Cinco categorias foram identificadas: Conhecimento Normativo, Conhecimento Situacional, Conhecimento Topográfico, Conhecimento do Domínio e Conhecimento Histórico.

O Conhecimento Normativo é um conjunto de valores promissores que provêm padrões para a geração de novos indivíduos. Assim, este conhecimento guia o processo de geração para “pular para bons intervalos”. O Conhecimento Situacional provê um conjunto de bons exemplos que guiam a geração. Assim, um novo indivíduo é criado com característica semelhantes aos exemplos presentes no Conhecimento Situacional. O Conhecimento Topográfico divide todos os elementos em células de acordo às suas características espaciais, e cada célula guarda a informação do melhor elemento. Assim, o Conhecimento topográfico guia os indivíduos a emular o melhor da célula. O Conhecimento do Domínio usa informações a respeito do domínio do problema para guiar a busca. Por fim, o Conhecimento Histórico monitora o processo de busca e guarda informação de eventos importantes ocorridos. A geração é guiada consultando estes registros para a construção de melhores indivíduos.

Qualquer conhecimento cultural da população pode ser expresso através da combinação destas cinco categorias do conhecimento. Assim, pode-se obter melhores resultados no processo de busca, variando-se o tipo de conhecimento guardado no espaço de crenças, ou fazendo a combinação entre eles.

Em [1] foi apresentado um Algoritmo Cultural para um problema combinatório, o Problema do Escalonamento de Tarefas. De um forma simples, o problema consiste em se alocar um conjunto de tarefas à um conjunto de processadores em determinados intervalos de tempo, para se obter uma melhor utilização destes processadores. Assim, basta encontrar a melhor configuração das tarefas nos processadores. O CA proposto utiliza o Conhecimento Situacional como espaço de crenças e um Algoritmo Genético para representar a evolução da população. O espaço de crenças guarda informação apenas da melhor configuração encontrada, que guia a geração de os novos elementos. Esta influência ocorre no processo de mutação. No algoritmo desenvolvido não há um cruzamento entre os indivíduos, pois a herança cultural não influencia o cruzamento genético entre os indivíduos. A atualização do espaço de crenças é simples, ao final de cada iteração, verifica-se se o melhor elemento da população atual é melhor que elemento do espaço de crenças.

Na Seção 4 será apresentado o algoritmo desenvolvido. Serão mostrados dois espaços de crenças, que utilizam as idéias expostas em [2]. Além disso, um dos espaços de crenças desenvolvidos adapta as idéias de [1] para o problema do Caixeiro Viajante.

3. Busca Local Iterativa

A Busca Local Iterativa, ILS, é uma metaheurística que busca encontrar um bom resultado através de um caminho pelos ótimos locais[5]. Basicamente ele faz mutações, ou perturbações, na solução corrente, s , e gera nova solução s' . Após a geração dessa nova solução é executada uma busca local, gerando-se uma solução s^{*} . Caso essa solução seja melhor, de acordo com uma função de aceitação, que a solução s ela passa a ser a corrente e o processo é executado, até que uma condição de término seja alcançada. Assim, as principais características do ILS são: a perturbação usada, a busca local e o critério de aceitação definido.

O potencial da busca local iterativa se encontra em sua amostragem de locais otimizados. Essa amostragem depende dos tipos de perturbações e dos critérios de aceitação. Naturalmente, as perturbações têm um efeito na velocidade da busca local: os valores das perturbações fracas conduzem geralmente a uma execução mais rápida da busca local. Outros resultados podem ser obtidos também a partir de modularização de componentes no algoritmo, adaptando as perturbações, trabalhando com vizinhos mais próximos, esquemas complexos de perturbações, características específicas dos problemas e critérios de aceitação.

O critério de perturbação quando combinado com a busca local, ajuda o algoritmo a escapar de mínimos locais e explorar regiões que contenham melhores soluções. A perturbação forte quando aplicada, resulta em soluções melhores com probabilidades mais baixas. Quando a perturbação é baixa, o algoritmo frequentemente cai em mínimos locais.

Para alguns problemas a força aplicada da perturbação interfere na solução final. Ou seja, a força da perturbação está relacionada com o problema em questão. Podendo, ser modificada para cada problema que será aplicado. Por ser variável, a perturbação pode ser modificada durante a execução do algoritmo em questão. Uma possibilidade seria explorar a história da busca. Ou alterá-la deterministicamente durante o algoritmo. Outra opção, seria explorar a perturbação através de esquemas.

O critério de decisão determina se uma nova solução s^{*} , gerada pela perturbação de s , é aceita ou não como a nova solução. Este critério pode ser usado para controlar o balanceamento entre a intensificação e a diversificação da busca. Uma intensificação

muito forte pode se alcançada se somente forem aceitas soluções s^{**} com o custo melhor que s^* . Enquanto se toda solução s^{**} gerada for aceita como a nova solução, claramente está favorecendo-se a diversificação.

Em relação à Busca Local utilizada, na prática, existe um conjunto de diferentes heurísticas que podem ser aplicadas como a busca local no ILS. A princípio quanto melhor for a heurística, melhor será o resultado final do ILS. Porém, se for assumido que o tempo total de computação for fixo, talvez seja melhor aplicar uma heurística que produza um resultado um pouco pior, porém que seja executada em menos tempo, do que uma heurística cara que produza um bom resultado. A escolha pela melhor técnica depende fortemente da diferença entre os tempos de execução entre elas.

Existem outros aspectos a serem considerados na escolha de uma heurística para o ILS. Não tem sentido utilizar uma heurística de alta qualidade mas que sistematicamente desmanche as perturbações anteriormente geradas, já que elas são um dos pontos principais do ILS. Outro ponto, é que existem vantagens em permitir que a busca local gere soluções piores

Várias implementações do ILS já foram propostas para o problema do Caixeiro Viajante. Estes algoritmos variam de acordo com a forma de perturbação e o critério de aceitação utilizados. Como perturbação, uma solução é usar a estratégia *double-bridge*, que faz com que o algoritmo avance para o dobro de áreas de cidades, ampliando assim o ambiente para busca de melhores soluções. Como critério, pode-se utilizar o melhor, ou utiliza funções como às utilizadas do *Simulated Annealing*[2].

Como dito na Seção 1, o CA proposto, utiliza o ILS para refinamento da solução final. Na Seção 4 serão apresentadas as características do ILS utilizado.

4. Algoritmo desenvolvido

Foi desenvolvido um Algoritmo Cultural, híbrido com o ILS, para o problema do Caixeiro Viajante. O algoritmo desenvolvido utiliza a metaheurística dos culturais para se obter uma solução sub-ótima e em seguida utiliza o ILS para refinar a qualidade da solução final. O algoritmo cultural proposto possui o comportamento descrito na Seção 2. Inicialmente será apresentada a estrutura geral do algoritmo, com a descrição de cada passo e em seguida serão apresentados os detalhes dos espaços de crença utilizados. As características do ILS serão expostas em seguida.

O algoritmo cultural foi desenvolvido utilizando-se a metaheurística da Computação Evolucionária como micro-evolução. O espaço de crenças foi implementado utilizando-se duas categorias do conhecimento, a situacional e a normativa. No primeiro passo do algoritmo, a população é iniciada, com um tamanho p passado como parâmetro. A população inicial pode ser gerada aleatoriamente ou por um algoritmo guloso. Juntamente com a população, as crenças também são iniciadas, de acordo com suas características. Durante o ciclo evolutivo, primeiro ocorre a mutação da população atual para a geração de uma população filha. Cada elemento da população gera um novo filho. No CA, o espaço de crenças influencia a geração de cada novo filho. Após a geração dos filhos, ocorre a seleção dos melhores elementos. Para a seleção, foi utilizado um mecanismo de *ranqueamento*, em que todos os elementos são confrontados, de acordo com sua função objetivo. Para cada indivíduo das populações, pais e filhos, são escolhidos 50 indivíduos para confronto, um a um. Aquele que tiver o melhor valor da função objetivo ganha um ponto. Ao final, os indivíduos que tiverem maior pontuação são escolhidos para a próxima geração. Ao final da seleção da população, o espaço de crenças é atualizado com os melhores elementos. Este processo

é repetido, até o que número de gerações supere um limite, que é passado como parâmetro.

Dos espaços de crenças utilizados, o situacional foi implementado adaptando-se a idéia proposta em [2]. Este espaço guarda apenas o melhor elemento encontrado até então. A inicialização das crenças é simples, basta obter o melhor indivíduo da população inicial. O processo é semelhante à inicialização do espaço. Ao final da iteração, obtém-se o melhor elemento da população, se ele for melhor o indivíduo guardado no espaço de crença, ele passa a ser guardado. A influência ocorre no operador de mutação. No conhecimento situacional, busca-se produzir novos elementos que sejam parecidos com os elementos do espaço de crença. Assim, a função de influência implementada tenta reproduzir trechos do melhor indivíduo nos novos filhos gerados. Para cada indivíduo i da população que irá sofrer a mutação é feito o seguinte processo: inicialmente busca-se uma posição no vetor das cidades (Figura 3), que possua a mesma cidade tanto do melhor quanto em i . Em seguida é sorteado o número de trocas que irão ocorrer, onde $0 \leq n \leq \frac{\text{número cidades}}{2}$. Por fim, a partir do índice encontrado são feitas n trocas em i , de acordo com os elementos contidos no melhor (Figura 3), para forçar o casamento entre os componentes de i com os componente do melhor até então. O sorteio do número de trocas ocorre como controle da diversificação e intensificação do problema.

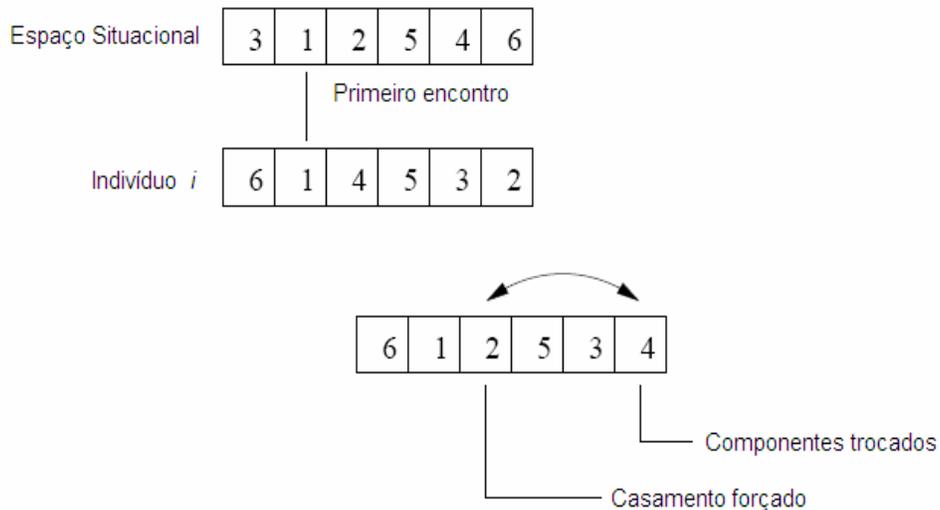


Figura 3. Exemplo da influência do Espaço Situacional

Para a segunda forma do espaço de crenças utilizado, foi proposto o uso do Conhecimento Normativo. Este conhecimento guarda informações dos melhores intervalos obtidas até então, para cada componente da solução. A Figura 4 mostra a estrutura do espaço proposto.

Cidades: A B C D E

A – C, Distância: 30

B – E, Distância: 10

C – D, Distância: 13

D – A, Distância: 5

E – B, Distância: 40

Figura 4. Estrutura do Espaço Normativo proposto.

Para cada cidade é guardado qual é o melhor *link* com outra cidade encontrado até então, e o tamanho do *link*. Assim, na geração de novos filhos busca-se construir os melhores *links* encontrados. Na inicialização do espaço inicialmente é encontrado o melhor indivíduo e todos os seus *links* são gravados nas crenças. A influência ocorre da seguinte forma: para cada cidade de um indivíduo a mutação ocorre com uma porcentagem de 30%. Isto é feito para se obter um equilíbrio de intensificação e diversificação. Para cada cidade que foi escolhida para sofrer a mutação é buscado no espaço de crença o seu melhor *link*. Caso o *link* da cidade no indivíduo atual seja pior que o gravado nas crenças, é efetuada uma troca para construir o *link* das crenças. Para a atualização do espaço inicialmente é escolhido um conjunto de selecionados de acordo com a fórmula:

$$selecionados = n_{indivíduos} * 0,2 + \frac{10}{g + 1}$$

onde $n_{indivíduos}$ é o tamanho da população e g é o número da geração atual. Assim, no início do algoritmo mais elementos irão atualizar as crenças e ao final, somente os melhores serão escolhidos. Após a escolha dos elementos que irão efetuar a atualização o seguinte processo é repetido para cada indivíduo: percorre-se todos os links do tour, caso haja algum link com distância menor que o gravado no espaço de crenças ele é atualizado. Uma segunda alternativa para a atualização é para todas as cidades do tour, contar no conjunto de indivíduos da atualização quais links aparecem mais, e com estes *links* atualizar as crenças. Esta alternativa apresentou piores resultados na etapa de teste, e a primeira forma de atualização foi escolhida.

A próxima seção irá mostrar uma comparação dos dois espaços de crenças implementados, bem como irá apresentar resultados de casos testes com diferentes bases de teste.

O ILS implementado possui as características básicas expostas na Seção 3. Ele é utilizado para um refinamento da solução final. Então, a solução inicial é a melhor solução encontrada pelo algoritmo Cultural. A busca local escolhida é o algoritmo da Subida de Encosta. Como perturbação são efetuadas quatro trocas *double-bridge*. Por fim a função de aceitação é o melhor. O algoritmo executa um número de iterações passado como parâmetro.

5. Resultados

Esta seção irá apresentar os resultados de um conjunto de casos de teste para a validação dos resultados obtidos pelo algoritmo proposto. Inicialmente foi realizada uma comparação dos resultados obtidos através do uso dos dois espaços de crenças descritos na Seção 4.

Para cada espaço foram executados 5 casos de teste, utilizando-se a base de dados *dantzig42*, disponível através da *tsplib*[8]. Para o teste, o algoritmo desenvolvido utilizou uma solução inicial gulosa, o tamanho da população 400 e o algoritmo executa durante 4000 gerações. Somente foi executado o algoritmo Cultural, sem a hibridização com o ILS. Os resultados são apresentados na tabela 1, a medida de avaliação é a média das cinco execuções:

Tabela1. Resultados da comparação dos espaços de crenças.

Cultural - Normativo	Cultural - Situacional
750	784
774	784
767	784
774	784
767	787
766,4	784,6

A tabela 1 mostra que o algoritmo Cultural que utiliza o Conhecimento Normativo apresentou melhores resultados. Então, baseado nestes resultados, o Cultural com o espaço de crenças normativo foi escolhido para a execução dos testes.

Para a validação dos resultados, um conjunto de 40 casos de teste, distribuídos em quatro conjuntos de cidades diferentes. As cidades utilizadas nos casos de teste foram obtidas através da base de dados *tsplib*. Foram escolhidos os seguintes *tours*: *dantzig42*, conjunto de 42 cidades com valor de tour ótimo 699, *fri26*, conjunto com 26 cidades com valor de tour ótimo 937, *gr48*, conjunto com 48 cidades com valor de tour ótimo 5046 e *hk48*, conjunto com 48 cidades com valor de tour ótimo 11461. Para cada conjunto de cidades foram realizados 10 casos de teste.

Para a validação, inicialmente foi feita uma comparação do algoritmo Cultural desenvolvido com e sem a hibridização do ILS. O algoritmo Cultural-ILS teve como parâmetro uma população de 400 indivíduos, 4000 gerações. O algoritmo ILS teve como ponto de parada um total de 2000 iterações. O algoritmo Cultural, sem hibridização, teve como parâmetro uma população de 500 indivíduos e um total de 5000 gerações. Como medida de avaliação foram definidos a média das execuções, o melhor valor encontrado, o tempo médio de execução e o excesso médio, definido como:

$$excesso_m\u00e9dio = \frac{1}{10} \sum_{x=1}^{10} \left(\frac{resultado(i) - \acute{o}timo}{\acute{o}timo} * 100 \right)$$

onde *resultado(i)* é o valor encontrado para o i-ésimo teste. A tabela 2 mostra uma os resultados obtidos para as quatro bases de teste.

Tabela 2. Resultados da comparação Cultural-ILS/Cultural

fri26	Cultural	Cultural-ILS	dantzig42	Cultural	Cultural-ILS
Melhor	937	937	Melhor	714	699
Média	972,8	940,2	Média	750,1	708,7
Tempo Médio(ms)	60610	5956	Tempo Médio(ms)	91873	78535
Excesso Médio(%)	3,820704	0,341515475	Excesso Médio(%)	7,310443491	1,38769671

gr48	Cultural	Cultural-ILS	hk48	Cultural	Cultural-ILS
Melhor	5212	5074	Melhor	11965	11669
Média	5359,3	5191,1	Média	12049,9	12003,2
Tempo Médio(ms)	94938	32843	Tempo Médio(ms)	59851	33240
Excesso Médio(%)	6,208878319	2,875544986	Excesso Médio(%)	5,138295088	4,73082628

A Tabela 2 mostra que o Cultral-ILS apresentou melhores resultados em todas as bases de analisada. Na base *fri26* e *dantzig42*, ambos conseguiram alcançar o ótimo, porém o Cultural-ILS obteve um melhor resultado médio, e um excesso médio muito menor. Em relação ao tempo de execução, o Cultural obteve um tempo médio maior, pois para obter um melhor resultado o número de gerações e o tamanho da população são maiores. Para as outras bases analisadas, nenhum dos algoritmos encontrou o ótimo do problema, porém, novamente o Cultural-ILS obteve melhores valores para a média e o excesso médio.

Por fim, o Cultural-ILS foi comparado com os resultados obtidos pela Busca Tabu [4]. A Figura 5 mostra a comparação entre as duas técnicas. Na figura é apresentada a comparação do excesso médio obtidos para as 4 bases de teste para os dois algoritmos.

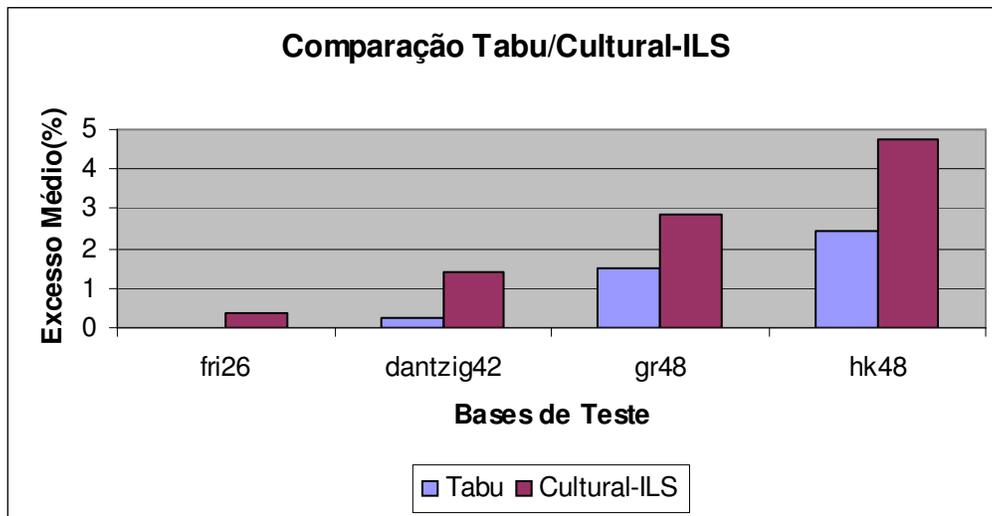


Figura 5. Comparação Tabu/Cultural-ILS. Excesso Médio.

O gráfico mostra que a Busca Tabu encontrou melhores resultados que o Cultural-ILS. Em todas as bases de teste analisadas o excesso médio obtido pela Tabu foi menor. Além disso, a Figura 6 mostra que a Busca Tabu conseguiu encontrar o ótimo nas 4 bases, enquanto o Cultural-ILS conseguiu resultados sub-ótimos para as bases *gr48* e *hk48*.

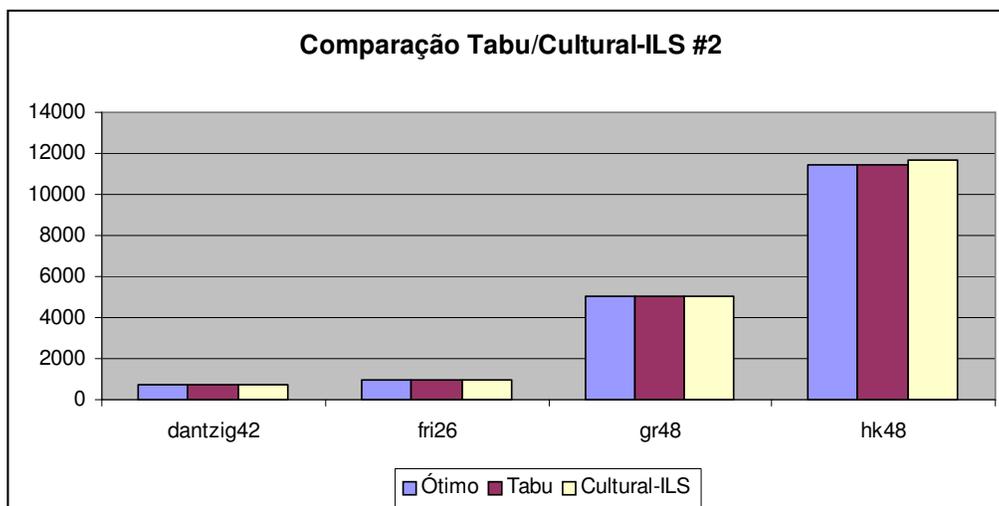


Figura 6. Diferença entre o melhor resultado encontrado e o ótimo de cada problema para a Busca Tabu e o Cultural-ILS.

6. Conclusões

Este relatório apresentou uma implementação para o problema do CaixeiroViajante utilizando-se o modelo dos Algoritmos Culturais, Cultural-ILS. O algoritmo desenvolvido foi hibridizado com a metaheurística da Busca Local Iterativa, para o refinamento do resultado final.

A heurística dos Algoritmos Culturais utiliza um sistema de herança dupla, micro e macro evolutivo. A micro evolução ocorre no espaço populacional e foi representada no desenvolvimento através da Progamação Evolucionária. A macro evolução ocorre através da representação do conhecimento de forma explícita, representada pelo espaço de crenças. No algoritmo desenvolvido foram utilizadas duas implementações do espaço de crenças. A primeira, obtida através da literatura, utilizando o Conhecimento Situacional. A segunda estrutura do espaço de crenças foi proposta neste relatório e utiliza o Conhecimento Normativo.

Um conjunto de 10 casos de testes foram executados para comparar os dois espaços de crenças. O espaço de crenças Normativo apresentou melhores resultados e foi utilizado na validação do algoritmo desenvolvido. Para esta validação foram feitos um total de 40 casos de teste. Foi mostrado que a hibridização do Cultural com o ILS melhora o resultado final de forma significativa.

O Cultural-ILS apresentou bons resultados, porém em nem todas as bases de teste ele alcançou o ótimo. Numa comparação com os resultados obtidos com a Busca Tabu, o algoritmo proposto encontrou piores resultados.

Como trabalho futuros, deve-se investigar com mais profundidade a construção do espaço de crenças. Pode-se construir funções de influência e atualização mais robustas, que evitem que o resultado final estacione num ótimo local. Uma outra idéia é fazer com que os dois espaços de crença sejam aplicados no mesmo algoritmo.

Referências Bibliográficas

- [1] BECERRA R. L., COELLO COELLO C. A., “A Cultural Algorithm for Solving the Job Scheduling Problem”, México, 2007.
- [2] BIN P, REYNOLDS R.G. e BREWSTER J. “Cultural Swarms”, *Evolutionary Computation*, Vol 3., 2003, pp. 1965 - 1971.
- [3] BLUM C. e ROLI A. “Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison”, *ACM Computing Surveys*, Vol. 35, No. 3, 2003, pp. 268–308.
- [4] CARVALHO A., BARRIVIERA R., TAVARES C., RODRIGUES K e LOSCO F. “Relatório Técnico: Busca Tabu Aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante”, Universidade Federal do Paraná, Brasil, 2007.
- [5] LORENÇO H. R., MARTIN O. e STUTZLE T. “Iterated Local Search”, Universitat Pompeu Fabra, Barcelona, Espanha.
- [6] S. SALEEM e R. G. REYNOLDS. “The Impact of Environmental Dynamics on Cultural Emergence.”, *Oxford University Press*, 2000.
- [7] REYNOLDS R.G. “An Introduction to Cultural Algorithms”, *In the Proceedings of the 3rd annual Conference on Evolution Programming*, 1994.
- [8] TSPLIB, disponível em: <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95>