Introdução a Teoria da Computação
Terceira Lista de Exercícios
Profa. Carmem Hara

Exercício 1:
Considere a gramática G abaixo:

$S \rightarrow ASB \mid \epsilon$
$A \rightarrow aAb \mid \epsilon$
$B \rightarrow bBa \mid ba$

a. Mostre uma derivação mais a esquerda da palavra $aabbba$.
b. Quantos passos de derivação tem o item (a).
c. Mostre uma derivação mais a direita da palavra $abaabbbabbaa$.
d. Construa a árvore de derivação dos itens (a) e (c).
e. Qual a linguagem definida pela gramática ($L(G)$) ?

Exercício 2:
Construa uma gramática linear a direita que defina as linguagens abaixo.

a. $(0+1)^*$
b. $(0+1)(00+1)^*$

Exercício 3:
Considere a gramática G abaixo.

$S \rightarrow aSA \mid \epsilon$
$A \rightarrow bA \mid \epsilon$

a. Construa uma expressão regular que defina $L(G)$.
b. Mostre que G é ambígua.
c. Construa uma gramática não ambígua equivalente a G.

Exercício 4:
Mostre que todos os símbolos da gramática G abaixo são úteis. Construa uma gramática equivalente G_c sem producões em cadeia. Mostre que G_c contém símbolos inúteis.

G: $S \rightarrow A \mid CB$
$A \rightarrow C \mid D$
$B \rightarrow bB \mid b$
$C \rightarrow cC \mid c$
$D \rightarrow dD \mid d$

Exercício 5:
A gramática $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d, e\}, P, S)$, com as produções P listadas abaixo, possui transições epsilon. Escreva uma gramática equivalente sem transições epsilon.

S → AB	B → CA	D → dS
S → bB	B → b	D → BaC
A → DA	B → C	D → eb
A → a	C → c	
A → ϵ	C → ϵ	

Exercício 6:
Considere a gramática G abaixo

E → E ∨ T	E → T
T → T ∧ F	T → F
F → a	F → (E)

onde $\Sigma = \{\vee, \wedge, (,), a\}$. Construa a árvore sintática para as palavras $a \wedge a \vee a$ e $a \wedge (a \vee a)$. Construa uma gramática equivalente G' sem produções em cadeia.

Exercício 7:
Considere a gramática $G = (\{S\}, \{p, q, \sim, [,], \supset\}, P, S)$ com as produções P listadas abaixo. Construa uma gramática equivalente na forma normal de Chomsky.

$S \rightarrow \sim S \mid [S \supset S] \mid p \mid q$

Exercício 8:
Construa uma gramática na forma normal de Greibach que seja equivalente a gramática abaixo.

$$S \rightarrow AA \mid 0$$
$$A \rightarrow SS \mid 1$$

Exercício 9:
Construa um autômato de pilha para cada uma das linguagens abaixo:

a. $(0+1)^*$
b. $(0+1)(00+1)^*$
c. $\{a^n b^n | n \geq 0\}$
d. $\{a^m b^n | 1 \leq m \leq n \leq 2m\}$
e. $\{a^n b^n | n \geq 1\} \bigcup \{a^n b^{2n} | n \geq 1\}$

Exercício 10:
Seja L a linguagem $\{w \in \{a, b\}^* | w$ tem um prefixo contendo mais b's que a's$\}$. Por exemplo, *baa*, *abba*, *abbaaa* são palavras em L, mas *aab*, e *aabbab* não pertencem a L.

1. construa um autômato de pilha que aceita L por estado final.
2. construa um autômato de pilha que aceita L por pilha vazia.

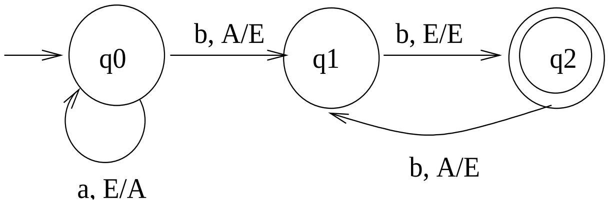
Exercício 11:
Diga se é possível construir um autômato de pilha determinístico para as linguagens abaixo. Se afirmativo, construa o autômato determinístico, caso contrário, justifique informalmente por que não é possível que ele seja determinístico.

1. $\{a^{2i} b^{3i} \mid i \geq 0\}$
2. $\{a^i b^j c^k \mid i = j$ ou $j = k\}$

Exercício 12:
Utilizando o algoritmo de transformação apresentado em sala de aula, construa o autômato de pilha que reconhece a linguagem gerada pela gramática abaixo:

$$S \rightarrow aABA \mid aBB \mid \epsilon$$
$$A \rightarrow bA \mid b$$
$$B \rightarrow cB \mid c$$

Exercício 13:
Considere o autômato com pilha M abaixo.
a. Qual a linguagem aceita por M ?
a. Utilizando o algoritmo de transformação apresentado em sala de aula, construa a gramática que gera a linguagem por M.



Exercício 14:
Use o *pumping lemma* para linguagens livres de contexto para provar que a linguagem $\{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \geq 0\}$ não é livre de contexto.

Exercício 15:
Prove que a linguagem $\{a^n b^k c^l d^m \mid n + l = k + m\}$ é livre de contexto.