Terceira Prova de Algoritmos e Estruturas de Dados I
30/11/2007

Perguntas comuns e suas respostas:

- P: Tenho uma dúvida na questão tal.
  R: A compreensão do enunciado faz parte da prova.
- P: Se eu consultar algum material próprio ou de algum colega, o que acontecerá comigo?
  R: A prova é individual e sem consulta. Qualquer tentativa de fraude acarretará abertura de processo administrativo na UFPR.
- P: Posso fazer a prova a lápis?
  R: A prova é um documento, portanto deve ser feita à caneta.
- P: O que será corrigido?
  R: A lógica, a criatividade, a sintaxe, o uso correto dos comandos, a correta declaração dos tipos, os nomes das variáveis, a indentação, uso equilibrado de comentários no código e, evidentemente, a clareza.

Questões (Valores entre parênteses. Total 100 pontos):

1. (50 pontos) Considere uma seqüência de dígitos binários como:

   011100011

   Uma maneira de criptografar essa seqüência de bits é adicionar a cada dígito a soma dos seus dígitos adjacentes. Por exemplo, a seqüência acima se tornaria:

   123210122

   Se P é a seqüência original e Q é a seqüência criptografada, então $Q[i] = P[i-1] + P[i] + P[i+1]$ para todas as posições i da seqüência. Considerando uma seqüência de tamanho n e seus índices variando de 0 a $n-1$, os dígitos $P[-1]$ e $P[n]$ não fazem parte da seqüência original e são tratados como zeros na operação de codificação.

   Assumindo $P[0] = 0$ temos:

   - $Q[0] = P[0] + P[1] = 0 + P[1] = 1$, logo $P[1] = 1$.
   - $Q[1] = P[0] + P[1] + P[2] = 0 + 1 + P[2] = 2$, logo $P[2] = 1$.
   - $Q[2] = P[1] + P[2] + P[3] = 1 + 1 + P[3] = 3$, logo $P[3] = 1$.
   - Repetindo a operção temos: $P[4] = 0$, $P[5] = 0$, $P[6] = 0$, $P[7] = 1$ e $P[8] = 1$.

   Agora repetindo o mesmo processo para $P[0] = 1$ temos:

   - $Q[0] = P[0] + P[1] = 1 + P[1] = 1$, logo $P[1] = 0$.
   - $Q[1] = P[0] + P[1] + P[2] = 1 + 0 + P[2] = 2$, logo $P[2] = 1$.
   - $Q[2] = P[1] + P[2] + P[3] = 0 + 1 + P[3] = 3$, o que nos leva a conclusão que $P[3] = 2$. Entretanto isso viola o fato da seqüência original ser binária. Portanto não existe uma decodificação possível considerando o primeiro dígito da seqüência original valendo 1.

Note que este algoritmo pode gerar decodificar uma seqüência criptografada em até duas possíveis seqüências originais, uma iniciando com 0 e outra iniciando com 1.

Escreva um procedimento em Free Pascal que recebe como parâmetros um vetor de números inteiros contendo a seqüência criptografada e a decodifica em dois outros vetores de números inteiros. Caso uma das decodificações não seja possível, como no caso do exemplo para $P[0] = 1$, o vetor correnpondente deve ser preenchido com -1 na posição inicial.

Outros exemplos:

- $123210122 = 011100011, -1$
- $11 = 01, 10$
- $22111 = -1, 11001$
- $123210120 = -1, -1$
- $3 = -1, -1$
- $12221112222221112221111111112221111 =$ $01101001101101001101001001001101001,$ $10110010110110010110010010010110010$

2. (50 pontos) Uma matriz transposta M^T é o resultado da troca de linhas por colunas em uma determinada matriz M. Escreva um programa em Free Pascal que leia duas matrizes (A e B), e testa se $B = A + A^T$.