

Dígitos Verificadores

Este problema relata uma história real, a história de Kushim que pode ser encontrada em um vídeo do Matt Parker (<https://www.youtube.com/watch?v=MZVs6wF7nC4>).

É necessário uma estrutura de dados que possa fazer soma em intervalo e sobrescrever o valor em uma posição de forma rápida. Pelo menos duas podem ser usadas para este papel: Árvore de segmentos e árvore de Fenwick (que é usada na solução do juiz), que permitem que estas duas operações sejam feitas em $\mathcal{O}(\lg n)$. Em cada posição da estrutura de dados, inicialmente coloca-se cada dígito da fita, $\mathcal{O}(n \lg n)$.

Com as propriedades enunciadas, para verificar uma soma ou multiplicação, basta somar os dígitos de cada operando do intervalo $(\bmod 9)$, em seguida realizar a operação com os dois resultados, e por fim, comparar com o dígito de verificação dado. Para colocar um dígito na posição em uma árvore de Fenwick, é necessário manter o vetor original e computar um Δd para mudar o valor naquela posição.

A solução então possui complexidade $\mathcal{O}(n \lg n + q \lg n)$.