

ITC: Introdução à Teoria da Computação

Marcos Castilho

DInf/UFPR

25 de junho de 2021

Autômatos com Pilha Não-Determinísticos

Um Autômato com Pilha Não-Determinístico (APN) é uma sêxtupla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde:

- ▶ Q, Σ, Γ, F são como nos APD's;
- ▶ $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \rightarrow D$, onde D é o conjunto dos subconjuntos finitos de $Q \times \Gamma^*$;
- ▶ $q_0 \in Q$ é o estado inicial.

Definição

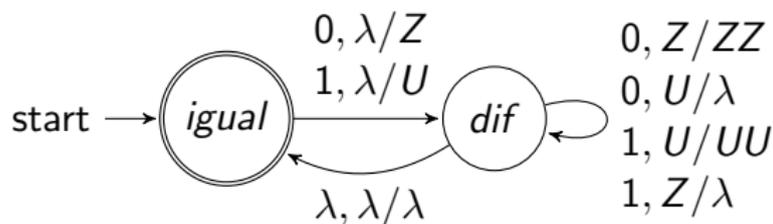
Seja um APN $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$. A linguagem reconhecida por M é:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid [q_0, w, \lambda] \vdash^* [q_f, \lambda, \lambda], q_0 \in Q, q_f \in F\}.$$

Uma palavra w tal que $[q_0, w, \lambda] \vdash^* [q_f, \lambda, \lambda]$, onde $q_0 \in Q$ e $q_f \in F$ é dita ser aceita (ou reconhecida) por M .

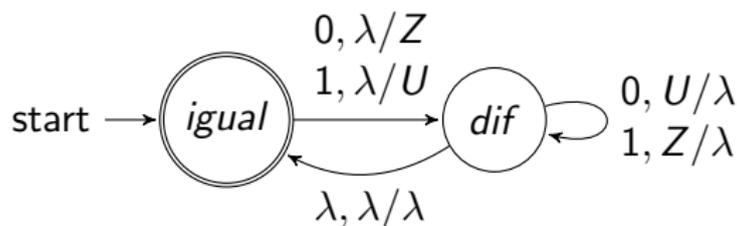
Exemplo

Seja L a linguagem com palavras formadas por igual número de 0's e 1's. Então L é reconhecida por este APN:



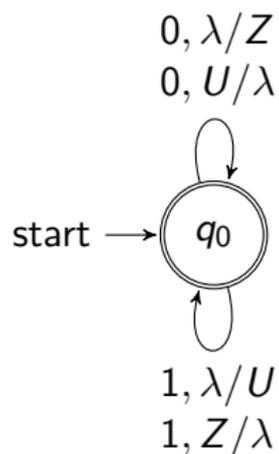
Exemplo, continuação

Para a mesma linguagem L podemos ainda apresentar o seguinte APN:



Exemplo, continuação

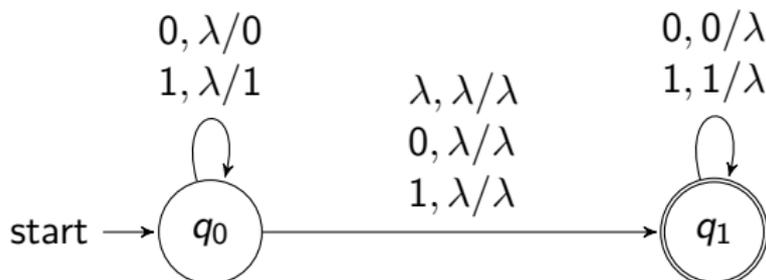
Ou ainda este:



Exemplo 2

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$, isto é, a linguagem dos palíndromes.

Caso w seja palíndromo, *haverá* uma computação que reconhece w , isto é, que consome w e deixa a pilha vazia e termina em um estado final.



Obs.: Não existe APD para L !

Definições alternativas para reconhecimento

Pode-se definir o reconhecimento de uma palavra alternativamente:

- ▶ Apenas por estado final, independentemente da pilha;
- ▶ Apenas por pilha vazia, independentemente do estado final.

Definição

Seja $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ um APN. A linguagem reconhecida por M por estado final é:

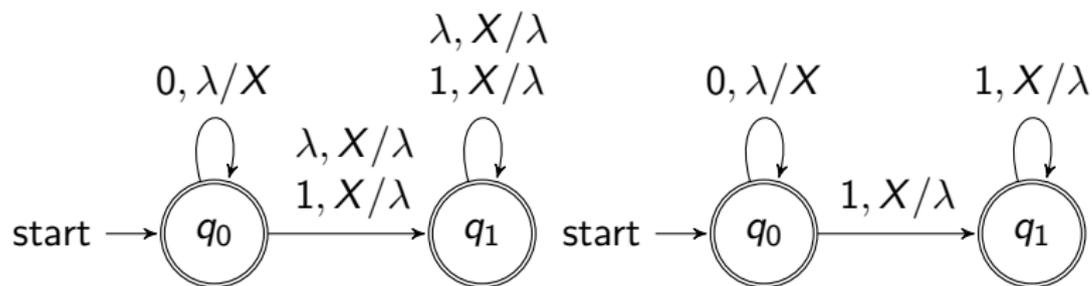
$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid [q_0, w, \lambda] \vdash^* [q, \lambda, y], \text{ para algum } q_0 \in Q, q \in F, y \in \Gamma^*\}.$$

Uma palavra $w \in L(M)$ é dita ser aceita, ou reconhecida, por M , por estado final.

O reconhecimento definido na aula anterior passa a ser denominado reconhecimento por *estado final e pilha vazia*.

Exemplo

$$L = \{0^m 1^n \mid m \geq n\}.$$



Aceitação por estado final
e pilha vazia

Aceitação por estado final

Definição

Seja $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0)$ um APN. A linguagem reconhecida por M por pilha vazia é:

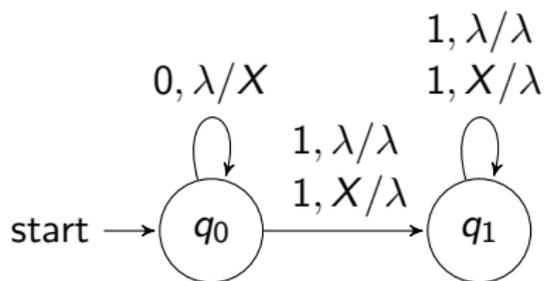
$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid [q_0, w, \lambda] \vdash^* [q, \lambda, \lambda], \text{ para algum } q_0, q \in Q\}.$$

Uma palavra $w \in L(M)$ é dita ser aceita, ou reconhecida, por M , por pilha vazia.

Obs.: λ sempre é reconhecido em AP's que reconhecem por pilha vazia.

Exemplo

$$L = \{0^m 1^n \mid m \leq n\}.$$



Aceitação por pilha vazia

Teorema

Seja L uma linguagem. As seguintes afirmativas são equivalentes:

- ▶ L pode ser reconhecida por pilha vazia e estado final;
- ▶ L pode ser reconhecida por estado final;
- ▶ $L \cup \{\lambda\}$ pode ser reconhecida por pilha vazia;

Prova: Ver páginas 162 e 163 do livro do Newton Vieira.

Exercícios

1. Construa APN's que reconhecem as linguagens seguintes por pilha vazia e estado final:
 - ▶ $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\} \cup \{0^n 1^{2n} \mid n \geq 0\}$;
 - ▶ $\{0^n 1^k \mid n \leq k \leq 2n\}$;
 - ▶ $\{0^n 1^n 0^k \mid n, k \geq 0\}$;
 - ▶ $\{0^m 1^n \mid m > n\}$;
2. Construa APD's que reconheçam $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, um deles por pilha vazia, o outro por estado final;
3. Construa APN's que reconheçam as linguagens do exercício 1, por pilha vazia apenas e por estado final apenas;
4. Obtenha um APD que reconheça por estado final a linguagem $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{o número de zeros difere do número de uns.}\}$
Em seguida, a partir deste, obtenha um APD que reconheça $L\{\#\}$ por pilha vazia e estado final.

Licença

- ▶ Slides feitos em \LaTeX usando beamer e tikz, editados com vim.
- ▶ Licença

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>