

ITC: Introdução à Teoria da Computação

Marcos Castilho

DInf/UFPR

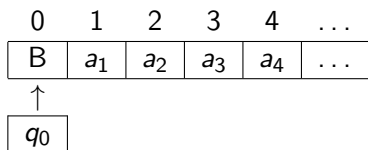
5 de julho de 2021

Máquinas de Turing Padrão

Definição: Uma Máquina de Turing é uma quintupla $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0)$, onde:

- ▶ Q é um conjunto finito de estados;
- ▶ Γ é um conjunto finito chamado de *alfabeto da fita*, Γ contém um símbolo especial B , que representa um branco;
- ▶ $\Sigma \subseteq \Gamma - \{B\}$ é o alfabeto de entrada;
- ▶ $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$, é uma função parcial chamada de *função de transição*;
- ▶ $q_0 \in Q$ é o estado inicial.

Máquina de Turing

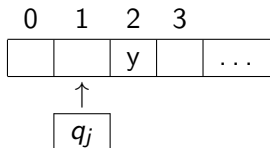
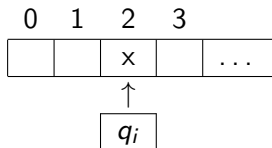


O funcionamento da máquina é assim:

- ▶ A palavra de entrada ($a_i \in \Sigma$) é colocada na fita de entrada, a partir da célula 1. A célula zero contém um branco e as células à direita da palavra de entrada também contém brancos até o infinito;
- ▶ A computação inicia com a máquina no estado inicial q_0 ;
- ▶ O cabeçote leitor está na célula zero;

Máquinas de Turing

- ▶ As transições $\delta(q_i, x) = [q_j, y, L]$ são assim definidas:
 - ▶ A máquina muda de estado;
 - ▶ A máquina escreve um símbolo na fita, na posição onde está o cabeçote;
 - ▶ O cabeçote se move para a esquerda ou para a direita, dependendo do que foi especificado. Se foi L , move para a esquerda; se foi R para a direita.



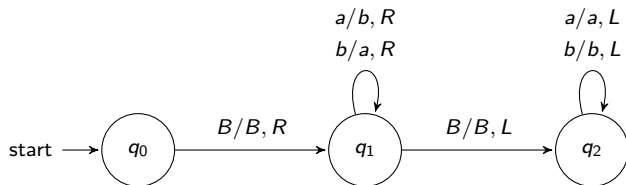
Observações

- ▶ Como a máquina de Turing pode se mover em qualquer direção e processar brancos, há a possibilidade da computação nunca terminar;
- ▶ Uma MT para (halts) quando encontra um par de estado e símbolo para os quais não há transição definida;
- ▶ Uma transição da posição zero pode especificar um movimento para a esquerda da posição zero. Neste caso a computação *termina de maneira anormal*;
- ▶ Quando se diz que uma computação para, significa que para *normalmente*.

Exemplo

Seja a MT onde a função de transição é:

δ	B	a	b
q_0	$[q_1, B, R]$		
q_1	$[q_2, B, L]$	$[q_1, b, R]$	$[q_1, a, R]$
q_2		$[q_2, a, L]$	$[q_2, b, L]$



O que faz M ?

Configuração da máquina

Uma configuração da MT depende de três situações:

- ▶ O estado atual;
- ▶ A posição do cabeçote na fita;
- ▶ O elemento na fita apontado pelo cabeçote.

Assim, uma configuração é denotada por: $uq_i vB$, quando:

- ▶ Todas as posições à direita do B são brancos;
- ▶ uv é a palavra que está na fita à esquerda do B (podem haver B 's em uv);
- ▶ O cabeçote leitor está sob o primeiro símbolo de v no estado q_i .

Acompanhamento da computação

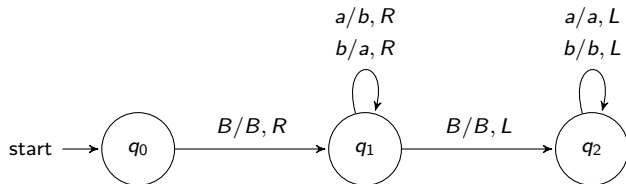
Uma simples transição pode ser vista assim:

$$uq_i vB \vdash_M xq_j yB$$

Um número finito de transições pode ser visto assim:

$$uq_i vB \vdash_M^* xq_j yB$$

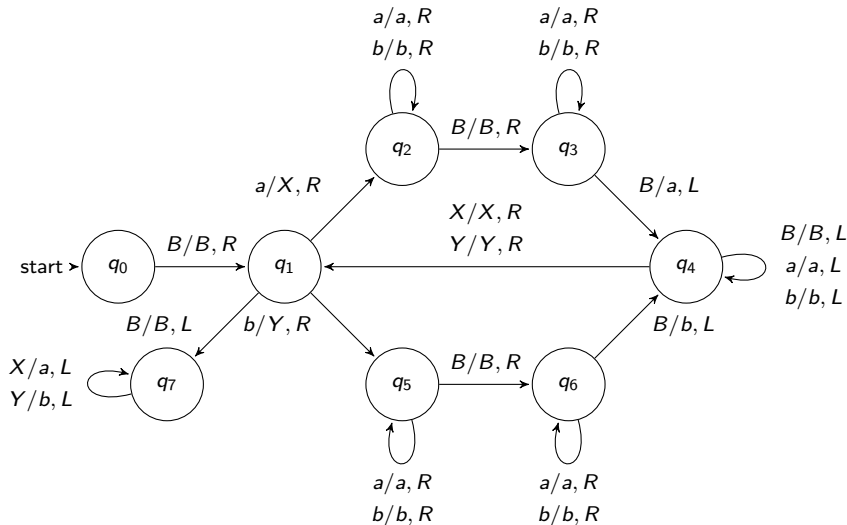
Exemplo



Processamento da palavra *abab*:

- ▶ $q_0 B a b a b B$
- ▶ $B q_1 a b a b B$
- ▶ $B b q_1 b a b B$
- ▶ $B b a q_1 a b B$
- ▶ $B b a b q_1 b B$
- ▶ $B b a b a q_1 B$
- ▶ $B b a b q_2 a B$
- ▶ $B b a q_2 b a B$
- ▶ $B b q_2 a b a B$
- ▶ $B q_2 b a b a B$

Exemplo 2



Exercício 1

Seja M a seguinte máquina de Turing:

δ	B	a	b	c
q_0	$[q_1, B, R]$			
q_1	$[q_2, B, L]$	$[q_1, a, R]$	$[q_1, c, R]$	$[q_1, c, R]$
q_2		$[q_2, c, L]$		$[q_2, b, L]$

- ▶ Faça o acompanhamento da computação para a entrada $aabca$
- ▶ Faça o acompanhamento da computação para a entrada $bc bc$
- ▶ Desenhe o diagrama de transições de M
- ▶ Descreva o resultado da computação de M

Exercício 2

Seja M a seguinte máquina de Turing:

δ	B	a	b	c
q_0	$[q_1, B, R]$			
q_1	$[q_1, B, R]$	$[q_1, a, R]$	$[q_1, b, R]$	$[q_2, c, L]$
q_2		$[q_2, b, L]$	$[q_2, a, L]$	

- ▶ Faça o acompanhamento da computação para a entrada $abcb$
- ▶ Faça o acompanhamento da computação para a entrada $abab$
- ▶ Desenhe o diagrama de transições de M
- ▶ Descreva o resultado da computação de M

Exercício 3

Construa máquinas de Turing com alfabeto de entrada $\{a, b\}$ para que realizem cada uma das operações seguintes. Observe que o cabeçote leitor está lendo a posição zero no estado q_f quando a computação termina.

- ▶ Mova a entrada um espaço para a direita. A configuração de entrada q_0BuB deve resultar em q_fBBuB .
- ▶ Concatene a cópia da reversa da palavra de entrada com a entrada. A configuração de entrada q_0BuB deve resultar em q_fBuu^RB .
- ▶ Insira um branco entre cada um dos símbolos de entrada. Por exemplo, a configuração q_0BabaB deve resultar em $q_fBaBbBaB$.
- ▶ Apague todos os b 's da entrada. Por exemplo, a configuração $q_0BbabaababB$ deve resultar em $q_fBaaaaB$.

Licença

- ▶ Slides feitos em $\text{\LaTeX}$ usando beamer e tikz, editados com vim.
- ▶ Licença

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>