

ITC: Introdução à Teoria da Computação

Prof. Dr. Marcos Castilho

Departamento de Informática/UFPR

27 de Fevereiro de 2018

Problema

- ▶ É muito trabalhoso especificar linguagens usando a definição baseada em conjuntos regulares.
- ▶ Por isto vamos usar uma representação que visa facilitar esta tarefa.

Expressões regulares

São usadas para abreviar a descrição de conjuntos regulares, e consequentemente, das linguagens regulares.

- ▶ Eliminação das chaves: $\{, \}$
- ▶ Troca do símbolo de união $\cup$ por $+$.
- ▶ Troca do fecho de Kleene por $*$.
- ▶ Troca da concatenação por justaposição.

Definição

Seja Σ um alfabeto. As *expressões regulares* sobre Σ são definidas recursivamente assim:

- ▶ BASE: $\emptyset$, λ e $a, \forall a \in \Sigma$ são expressões regulares sobre Σ .
- ▶ PASSO RECURSIVO: Sejam u e v expressões regulares sobre Σ . As expressões:
 - ▶ $(u + v)$
 - ▶ (uv)
 - ▶ (u^*)
- ▶ são regulares sobre Σ .

Definição (continuação)

- ▶ FECHO: Uma expressão regular sobre Σ apenas pode ser obtida da base por um número finito de aplicações do passo recursivo.

Obs.: Como união e concatenação são associativas, os parênteses podem ser omitidos, desde que se adote a ordem seguinte:

1. Fecho de Kleene;
2. Concatenação;
3. União.

Exemplos já vistos

As linguagens regulares representadas pelos conjuntos regulares dos exemplos 1 e 2 acima podem ser representados pelas expressões regulares abaixo, respectivamente:

A linguagem das palavras contendo a subpalavra bb é regular sobre $\Sigma = \{a, b\}$.

► $(a + b)^* bb(a + b)^*$.

A linguagem das palavras que começam e terminam por a e têm pelo menos um b .

► $a(a + b)^* b(a + b)^* a$

Exemplo 1

Expressão regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para a linguagem das palavras contendo aa ou bb :

► $(a + b)^* aa(a + b)^* + (a + b)^* bb(a + b)^*$

Exemplo 2

Expressão regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para a linguagem das palavras contendo exatamente dois b 's:

► $a^*ba^*ba^*$

Exemplo 3

Expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para a linguagem das palavras contendo dois ou mais b 's:

- ▶ $a^*ba^*b(a+b)^*$
- ▶ $(a+b)^*b(a+b)^*b(a+b)^*$

Definição

- ▶ Duas expressões regulares são ditas equivalentes se representam a mesma linguagem

Exemplo 4

Expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para a linguagem das palavras que não contêm a subpalavra aa .

- ▶ $b^*(ab^+)^* + (b^*(ab^+)^*a)$
- ▶ $b^*(ab^+)^*(\lambda + a)$
- ▶ $b^*(abb^*)^*(\lambda + a)$
- ▶ $(b + ab)^*(\lambda + a)$

Exemplo 5

Expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ para a linguagem das palavras que contêm a subpalavra bc .

► $(a + b + c)^* bc(a + b + c)^*$

Exemplo 6

Expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ para a linguagem das palavras que contêm uma única ocorrência de bb .

► $(a + ba)^* bb(a + ab)^*$

Simplificações

$$\emptyset u = u \emptyset = \emptyset$$

$$\lambda u = u \lambda = u$$

$$\emptyset^* = \lambda$$

$$\lambda^* = \lambda$$

$$u + v = v + u$$

$$u + \emptyset = u$$

$$u + u = u$$

$$u^* = (u^*)^*$$

$$u(v + w) = uv + uw$$

$$(u + v)w = uw + vw$$

$$(uv)^* u = u(vu)^*$$

$$(u + v)^* = (u^* + v^*)^*$$

$$(u + v)^* = u^*(u + v)^* = (u + vu^*)^*$$

$$(u + v)^* = (u^* v^*)^* = u^*(vu^*)^*$$

$$(u + v)^* = (u + v)^* u^*$$

Exercícios

1. Qual linguagem as seguintes expressões regulares, que são equivalentes, representam:
 - ▶ $a^*(a^*ba^*ba^*)^*$
 - ▶ $a^*(ba^*ba^*)^*$
2. Mostre uma expressão regular para as seguintes linguagens:
 - ▶ $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ é par} \}$
 - ▶ $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ é palíndromo} \}$
 - ▶ $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não contém } aa \}$
 - ▶ $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não começa com } aaa \}$

Licença

- ▶ Slides feitos em $\text{\LaTeX}$ usando beamer e tikz, editados com vim.
- ▶ Licença

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>

Creative Commons Atribuição-Uso Não-Comercial-Vedada a Criação de Obras Derivadas 2.5 Brasil License.<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/br/>