

# Matemática Discreta

## Unidade 10: Exercícios de Indução (1)

Renato Carmo  
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

## Unidade 10: Exemplos de Prova por Indução

Exercício 51 (desigualdade)

## Unidade 10: Exemplos de Prova por Indução

Exercício 51 (desigualdade)

## Exercício 51

Prove por indução em  $n$  que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4.$$

## Exercício 51

Prove por indução em  $n$  que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4.$$

Vamos provar que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4,$$

por indução em  $n$ .

## Exercício 51

Prove por indução em  $n$  que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4.$$

Vamos provar que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4,$$

por indução em  $n$ .

**Hipótese de Indução:** Seja  $a \geq 4$  tal que

$$2^k < k!, \text{ para todo } k$$

## Exercício 51

Prove por indução em  $n$  que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4.$$

Vamos provar que

$$2^n < n!, \text{ para todo } n \geq 4,$$

por indução em  $n$ .

**Hipótese de Indução:** Seja  $a \geq 4$  tal que

$$2^k < k!, \text{ para todo } k \in [4..a].$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Passo da Indução: Vamos provar que  $2^{a+1} < (a+1)!$ .



Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

**Passo da Indução:** Vamos provar que  $2^{a+1} < (a+1)!$ .

Temos que

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a.$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

**Passo da Indução:** Vamos provar que  $2^{a+1} < (a+1)!$ .

Temos que

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a.$$

Como  $a \in [4..a]$ , temos da H.I. que

## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

**Passo da Indução:** Vamos provar que  $2^{a+1} < (a+1)!$ .

Temos que

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a.$$

Como  $a \in [4..a]$ , temos da H.I. que

$$2^a < a!,$$

e portanto,

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a$$

## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

**Passo da Indução:** Vamos provar que  $2^{a+1} < (a+1)!$ .

Temos que

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a.$$

Como  $a \in [4..a]$ , temos da H.I. que

$$2^a < a!,$$

e portanto,

$$2^{a+1} = 2 \times 2^a < 2 \times a!.$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a!$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a! = 5 \times a!,$$

## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a! = 5 \times a!,$$

ou seja,

$$2^{a+1} < 2 \times a!$$



## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a! = 5 \times a!,$$

ou seja,

$$2^{a+1} < 2 \times a! < 5 \times a!$$

## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a! = 5 \times a!,$$

ou seja,

$$2^{a+1} < 2 \times a! < 5 \times a! < (a + 1)!,$$

## Exercício 51: Prove por indução que $2^n < n!$ , para todo $n \geq 4$

Passo da Indução: ...

Por outro lado,

$$(a + 1)! = (a + 1) \times a!$$

e como  $a \geq 4$  temos que

$$(a + 1)! \geq (4 + 1) \times a! = 5 \times a!,$$

ou seja,

$$2^{a+1} < 2 \times a! < 5 \times a! < (a + 1)!,$$

e portanto,

$$2^{a+1} < (a + 1)!.$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Base da Indução: Vamos provar que

$$2^4 < 4!.$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Base da Indução: Vamos provar que

$$2^4 < 4!.$$

Por um lado,

$$2^4 = 16.$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Base da Indução: Vamos provar que

$$2^4 < 4!.$$

Por um lado,

$$2^4 = 16.$$

e por outro lado,

$$4! = 24,$$

Exercício 51: Prove por indução que  $2^n < n!$ , para todo  $n \geq 4$

Base da Indução: Vamos provar que

$$2^4 < 4!.$$

Por um lado,

$$2^4 = 16.$$

e por outro lado,

$$4! = 24,$$

e portanto,

$$2^4 < 4!.$$