

# Matemática Discreta

## Unidade 19: Recorrências (2)

Renato Carmo  
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

## Exercício 100

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 \end{aligned}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \end{aligned}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \\ &= (f((n - 4) - 2) + 1) + 2 \end{aligned}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \\ &= (f((n - 4) - 2) + 1) + 2 = f(n - 6) + 3 \end{aligned}$$



## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \\ &= (f((n - 4) - 2) + 1) + 2 = f(n - 6) + 3 \\ &= \dots \end{aligned}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \\ &= (f((n - 4) - 2) + 1) + 2 = f(n - 6) + 3 \\ &= \dots \\ &= f(n - 2u) + u \end{aligned}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

$$\begin{aligned} f(n) &= f(n - 2) + 1 \\ &= (f((n - 2) - 2) + 1) + 1 = f(n - 4) + 2 \\ &= (f((n - 4) - 2) + 1) + 2 = f(n - 6) + 3 \\ &= \dots \\ &= f(n - 2u) + u \end{aligned}$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

## Exercício 100

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2 \Leftrightarrow 2k > n - 2$$



## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2 \Leftrightarrow 2k > n - 2 \Leftrightarrow k > \frac{n-2}{2}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2 \Leftrightarrow 2k > n - 2 \Leftrightarrow k > \frac{n-2}{2}$$

$$u = \min \left\{ k \in \mathbb{N} \mid k > \frac{n-2}{2} \right\}$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2 \Leftrightarrow 2k > n - 2 \Leftrightarrow k > \frac{n-2}{2}$$

$$u = \min \left\{ k \in \mathbb{N} \mid k > \frac{n-2}{2} \right\} \stackrel{T.13}{=} \left\lfloor \frac{n-2}{2} \right\rfloor + 1$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\}$$

$$n - 2k < 2 \Leftrightarrow 2k > n - 2 \Leftrightarrow k > \frac{n-2}{2}$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid k > \frac{n-2}{2}\} \stackrel{T13}{=} \lfloor \frac{n-2}{2} \rfloor + 1 = \dots = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$$

## Exercício 100

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$f(n) = f(n - 2u) + u$$



## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\} = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$$

$$f(n) = f(n - 2u) + u = f\left(n - 2\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right)\right) + \left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right)$$

## Exercício 100

$$f(n) = f(n - 2) + 1$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid n - 2k < 2\} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$f(n) = f(n - 2u) + u = f\left(n - 2\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right)\right) + \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) = \dots = f(n \bmod 2) + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

## Exercício 100

## Exercício 100

se

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

## Exercício 100

se

$$f(n) = f(n - 2) + 1, \text{ para todo } n \geq 2$$

então

$$f(n) = f(n \bmod 2) + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \text{ para todo } n \geq 2$$