Matemática Discreta

Unidade 23: Recorrências (6)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f, m \colon \mathbb{N} \to \mathbb{C}$$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$f(n) = m(n)f(h(n)),$ para todo $n \geq n_0$

$f, m\colon \mathbb{N} \to \mathbb{C}$

$h\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$f(n) = m(n)f(h(n)),$ para todo $n \geq n_0$

$f, m\colon \mathbb{N} \to \mathbb{C}$

$h\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$n_0 \in \mathbb{N}$

$$f(n) = m(n) f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$f(n) = m(n)\, f(h(n))$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\,(m(h(n))\, f(h(h(n)))
\end{aligned}
$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\ &= m(n)\, (m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \end{aligned}$$

$f(n) = m(n)f(h(n)),$ para todo $n \geq n_0$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\ &= m(n)\,(m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\ &= m(n)\, m(h(n))\,(m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) \end{aligned}$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\,(m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\
&= m(n)\, m(h(n))\,(m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) = m(n)\, m(h(n))\, m(h^2(n))\, f(h^3(n))
\end{aligned}
$$

$f(n) = m(n) f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\, (m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\
&= m(n)\, m(h(n))\, (m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) = m(n)\, m(h(n))\, m(h^2(n))\, f(h^3(n)) \\
&= \ldots
\end{aligned}
$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\, (m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\
&= m(n)\, m(h(n))\, (m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) = m(n)\, m(h(n))\, m(h^2(n))\, f(h^3(n)) \\
&= \ldots \\
&= m(h^0(n))\, m(h^1(n))\, \ldots\, m(h^{u-1}(n))\, f(h^u(n))
\end{aligned}
$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\, (m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\
&= m(n)\, m(h(n))\, (m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) = m(n)\, m(h(n))\, m(h^2(n))\, f(h^3(n)) \\
&= \ldots \\
&= m(h^0(n))\, m(h^1(n))\, \ldots\, m(h^{u-1}(n))\, f(h^u(n)) \\
&= f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n)),
\end{aligned}
$$

$f(n) = m(n)f(h(n))$, para todo $n \geq n_0$

$$
\begin{aligned}
f(n) &= m(n)\, f(h(n)) \\
&= m(n)\,(m(h(n))\, f(h(h(n))) = m(n)\, m(h(n))\, f(h^2(n)) \\
&= m(n)\, m(h(n))\,(m(h^2(n))\, f(h(h^2(n)))) = m(n)\, m(h(n))\, m(h^2(n))\, f(h^3(n)) \\
&= \dots \\
&= m(h^0(n))\, m(h^1(n))\, \dots\, m(h^{u-1}(n))\, f(h^u(n)) \\
&= f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n)),
\end{aligned}
$$

$$u = \min \left\{ k \in \mathbb{N} \mid h^k(n) < n_0 \right\}$$

Resumo

Resumo

se

$$f(n) = m(n)\, f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

Resumo

se

$$f(n) = m(n)\, f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

então

$$f(n) = f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n))$$

Resumo

se

$$f(n) = m(n)\, f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

então

$$f(n) = f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n))$$

onde

$$u = \min\left\{k \in \mathbb{N} \mid h^k(n) < n_0\right\}$$