Matemática Discreta

Unidade 34: Recorrências Lineares Não Homogêneas (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Exercicio 123c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Exercicio 123c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

$f(n)$ satisfaz uma RLnH cujo PC é

$$(X - 1)G,$$

Exercicio 123c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

$f(n)$ satisfaz uma RLnH cujo PC é

$$(X-1)G,$$

onde G é o PC de uma RLH satisfeita por

$$g(n) = n.$$

Exercicio 123c

Como

$$n = 1n^{1}1^{n},$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^{2},$$

Exercicio 123c

Como

$$n = 1n^{1}1^{n},$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 =$$

Exercicio 123c

Como

$$n = 1n^{1}1^{n},$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^{2},$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^{2} = (X - 1)^{3},$$

Exercicio 123c

Como

$$n = 1n^{1}1^{n},$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3,$$

e

$$f(n) = a1^n + bn^1 1^n + cn^2 1^n =$$

Exercicio 123c

Como

$$n = 1n^{1}1^{n},$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3,$$

e

$$f(n) = a1^n + bn^1 1^n + cn^2 1^n = a + bn + cn^2.$$

Exercicio 123c

Os coeficientes a, b e c são dados por

$$\begin{aligned} f(0) &= a + b0 + c0^2, \\ f(1) &= a + b1 + c1^2, \\ f(2) &= a + b2 + c2^2, \end{aligned}$$

Exercicio 123c

Os coeficientes a, b e c são dados por

$$\begin{aligned}
f(0) &= a + b0 + c0^2, \\
f(1) &= a + b1 + c1^2, \\
f(2) &= a + b2 + c2^2,
\end{aligned}$$

ou seja

$$\begin{aligned}
0 &= a, \\
f(0) + 1 &= a + b + c, \\
f(1) + 2 &= a + 2b + 4c,
\end{aligned}$$

Exercicio 123c

Os coeficientes a, b e c são dados por

$$\begin{aligned} f(0) &= a + b0 + c0^2, \\ f(1) &= a + b1 + c1^2, \\ f(2) &= a + b2 + c2^2, \end{aligned}$$

ou seja

$$\begin{aligned} 0 &= a, \\ f(0) + 1 &= a + b + c, \\ f(1) + 2 &= a + 2b + 4c, \end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{aligned} 0 &= a, \\ 1 &= b + c, \\ 3 &= 2b + 4c, \end{aligned}$$

Exercicio 123c

$$\begin{aligned} \color{red}{0} &= a, \\ 1 &= b + c, \\ 3 &= 2b + 4c, \end{aligned}$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

Exercicio 123c

$$
\begin{aligned}
{\color{red}0} &= a, \\
1 &= b + c, \\
3 &= 2b + 4c,
\end{aligned}
$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

e

$$2b + 4(1 - b) = 3,$$

ou seja

$$-2b = -1, \text{ e } b = {\color{red}\frac{1}{2}},$$

Exercicio 123c

$$\begin{aligned} 0 &= a, \\ 1 &= b + c, \\ 3 &= 2b + 4c, \end{aligned}$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

e

$$2b + 4(1 - b) = 3,$$

ou seja

$$-2b = -1, \text{ e } b = \frac{1}{2},$$

e

$$c = 1 - b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Exercicio 123c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 =$$

Exercicio 123c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 = \frac{n(n+1)}{2},$$

para todo $n > 0$.

Exercicio 123c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 = \frac{n(n+1)}{2},$$

para todo $n > 0$.

Como ainda

$$\frac{0(0+1)}{2} = 0 = f(0),$$

então

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$