

# Matemática Discreta

## Unidade 43: Fundamentos de Contagem (2)

Renato Carmo  
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

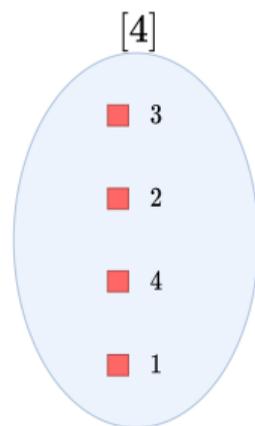
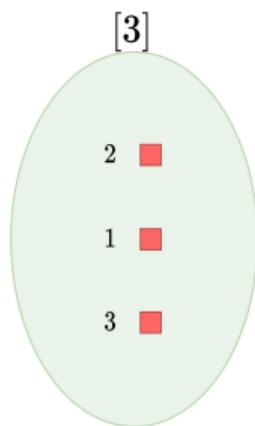
# Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

# Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

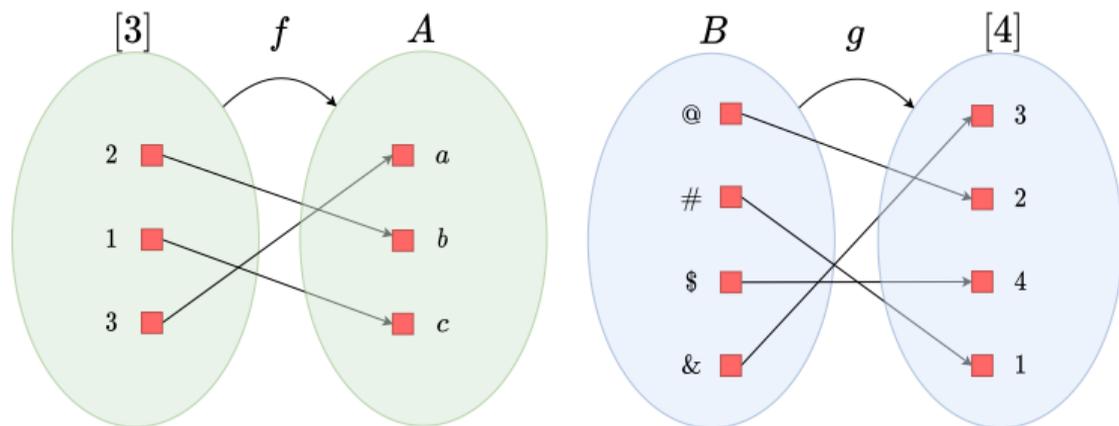
Os conjuntos que sabemos contar são os conjuntos  $[n]$ :  $n \in \mathbb{N}$ .



# Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

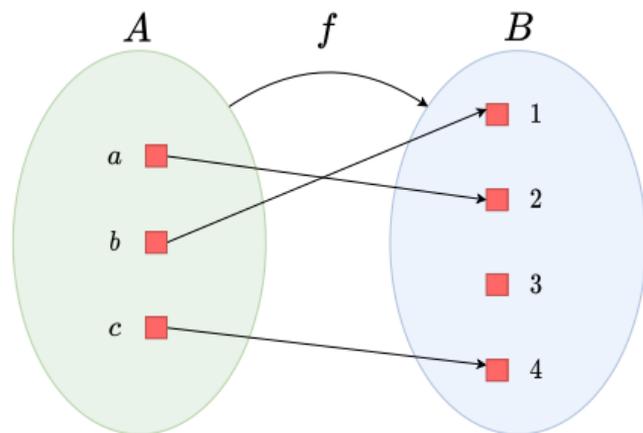
Os conjuntos que sabemos contar são os conjuntos  $[n]: n \in \mathbb{N}$ .



A maneira de comparar a quantidade de elementos entre conjuntos é o estabelecimento de **bijeções**.

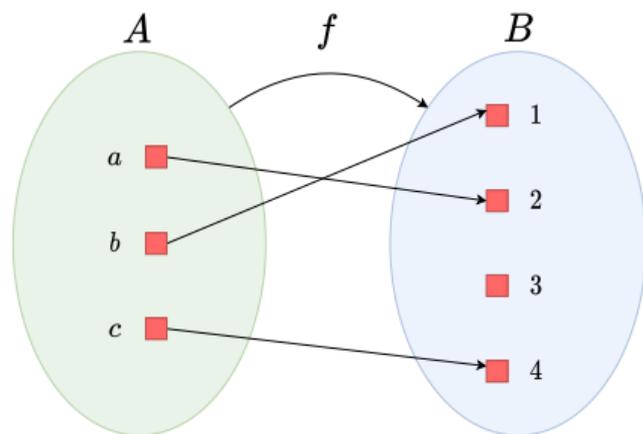
# Contagem - imagem

Seja  $f: A \rightarrow B$  uma função.



## Contagem - imagem

Seja  $f: A \rightarrow B$  uma função.

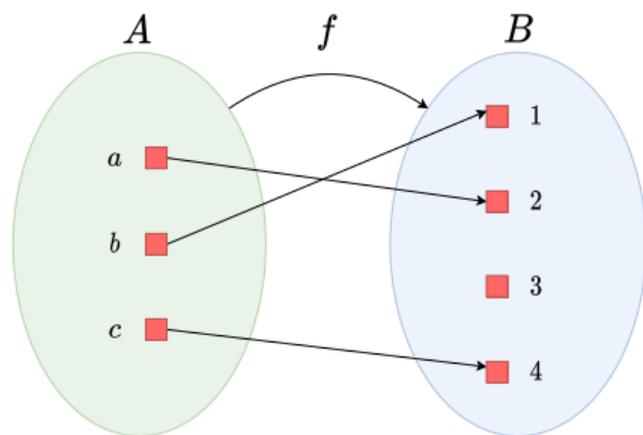


A **imagem** de um elemento  $a \in A$  pela função  $f$  é o elemento  $f(a) \in B$ .

# Contagem - imagem

A imagem da função  $f$  é o conjunto

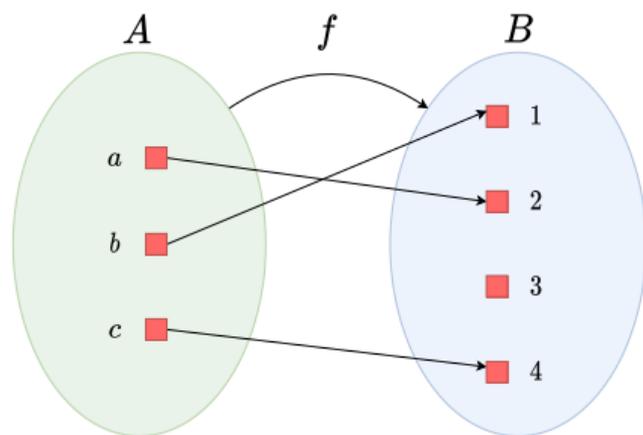
$$f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}.$$



# Contagem - imagem

A imagem da função  $f$  é o conjunto

$$f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}.$$

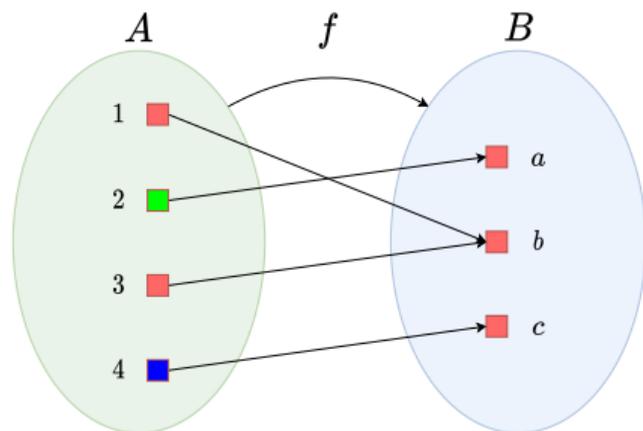


No exemplo,  $f(A) = \{f(a), f(b), f(c)\} = \{2, 1, 4\}$ .

## Contagem - imagem

Para cada  $b \in B$  definimos a **imagem inversa de  $b$  por  $f$**  como sendo o conjunto dos elementos de  $A$  cuja imagem é  $b$ , isto é

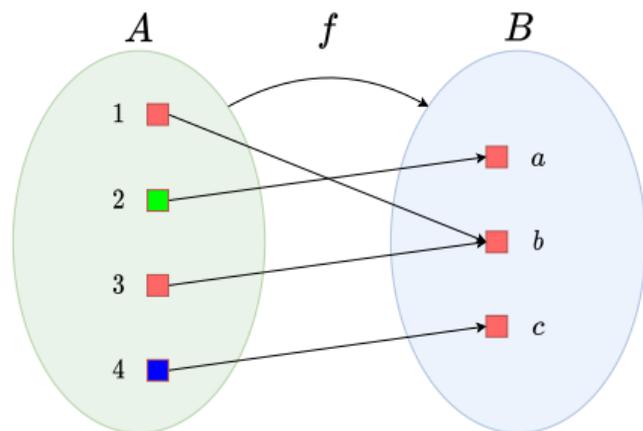
$$f^{-1}(b) := \{a \in A \mid f(a) = b\}.$$



## Contagem - imagem

Para cada  $b \in B$  definimos a **imagem inversa de  $b$  por  $f$**  como sendo o conjunto dos elementos de  $A$  cuja imagem é  $b$ , isto é

$$f^{-1}(b) := \{a \in A \mid f(a) = b\}.$$

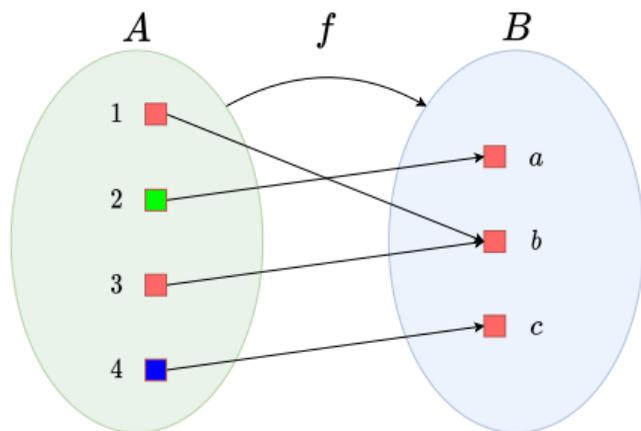


No exemplo,  $f^{-1}(a) = \{2\}$ ,  $f^{-1}(b) = \{1, 3\}$  e  $f^{-1}(c) = \{4\}$ .

## Contagem - quociente

O conjunto das imagens inversas de  $A$  por  $f$  é uma partição de  $A$  que é denotada  $A/f$  e é chamada de **quociente** de  $A$  por  $f$ , isto é

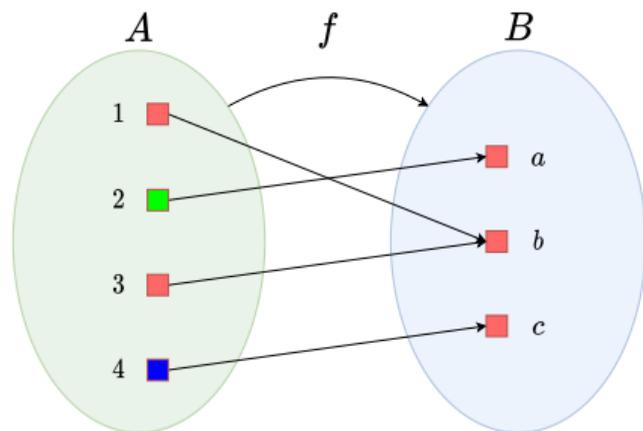
$$A/f := \{f^{-1}(b) \mid b \in f(A)\}.$$



## Contagem - quociente

O conjunto das imagens inversas de  $A$  por  $f$  é uma partição de  $A$  que é denotada  $A/f$  e é chamada de **quociente** de  $A$  por  $f$ , isto é

$$A/f := \{f^{-1}(b) \mid b \in f(A)\}.$$

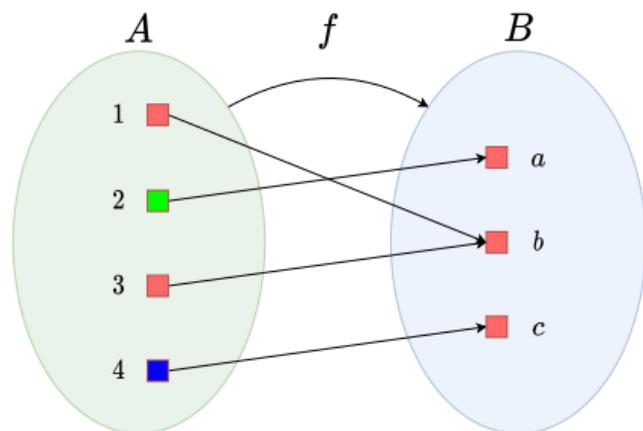


No exemplo,  $A/f = \{\{2\}, \{1, 3\}, \{4\}\}$  é uma **3-partição** de  $A$ .

# Contagem - quociente

Observe que, como  $A/f$  é uma partição de  $A$ , então

$$A = \bigcup_{C \in A/f} C,$$

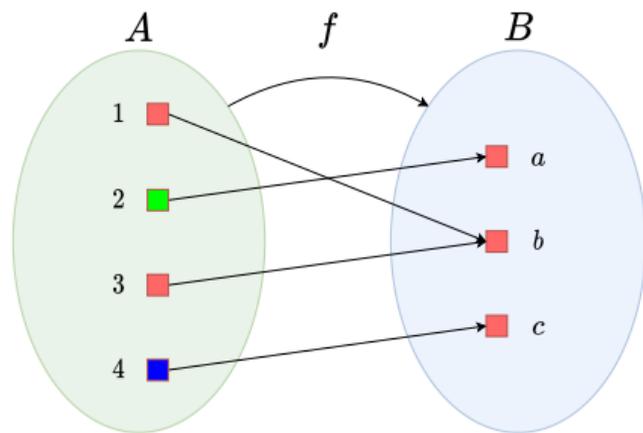


No exemplo,  $A = \{2\} \cup \{1, 3\} \cup \{4\} = \{2, 1, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ .

# Contagem

ou, equivalentemente,

$$A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}(b).$$



No exemplo,  $A = \{2\} \cup \{1, 3\} \cup \{4\} = \{2, 1, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ .