

# Matemática Discreta

## Unidade 45: Fundamentos de Contagem (4)

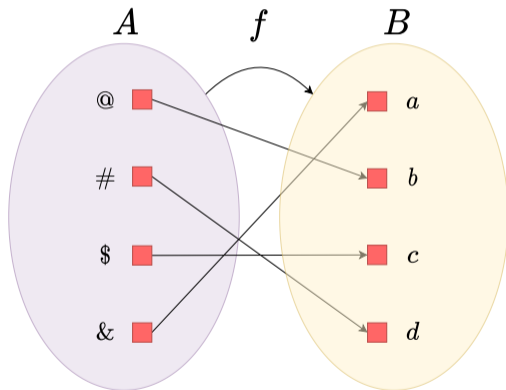
Renato Carmo  
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

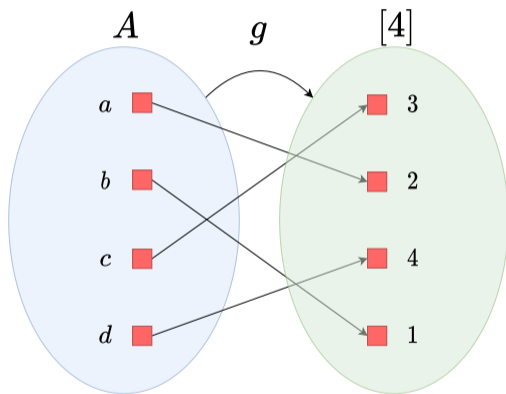
# Formalmente Contando por Bijeção

$A \sim B$  denota o fato de que existe bijeção entre  $A$  e  $B$ .



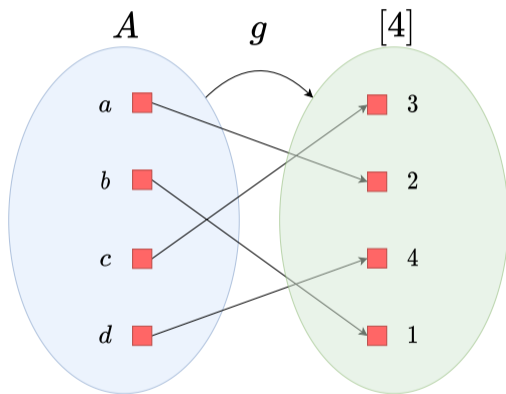
# Formalmente Contando por Bijeção

Para cada conjunto finito  $A$  existe um único inteiro  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $A \sim [n]$ .



## Formalmente Contando por Bijeção

Para cada conjunto finito  $A$  existe um único inteiro  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $A \sim [n]$ .



Tal inteiro é chamado **tamanho** (ou **cardinalidade** ou **número de elementos**) do conjunto  $A$  e é denotado por  $|A|$ .

# Formalmente Contando por Bijeção

## Definição

Uma **enumeração** de um conjunto finito  $A$  é uma bijeção  $f: [|A|] \rightarrow A$ .

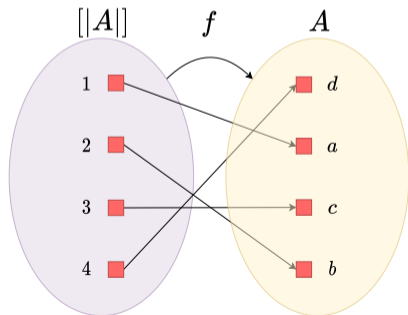
# Formalmente Contando por Bijeção

## Definição

Uma **enumeração** de um conjunto finito  $A$  é uma bijeção  $f: [|A|] \rightarrow A$ .

Para cada  $i \in [|A|]$ ,

- $i$  é chamado de **índice** de  $f(i)$  em  $A$  segundo  $f$ , e
- $f(i)$  é o  $i$ -ésimo elemento de  $A$  segundo  $f$ .



# Formalmente Contando por Bijeção

## Exemplo

*Quais são os divisores naturais de 72?*

# Formalmente Contando por Bijeção

## Exemplo

*Quais são os divisores naturais de 72?*

*Fazendo*

$$D = \{n \in \mathbb{N} \mid n|72\}$$

*temos*

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\},$$

*e*

$$|D| = 12.$$



# Formalmente Contando por Bijeção

## Exemplo

*São enumerações do conjunto  $D$  dos divisores naturais de 72:*

$f(i)$	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

# Formalmente Contando por Bijeção

## Exemplo

*São enumerações do conjunto  $D$  dos divisores naturais de 72:*

$f(i)$	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$g(i)$	1	3	9	2	6	18	4	12	36	8	24	72
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

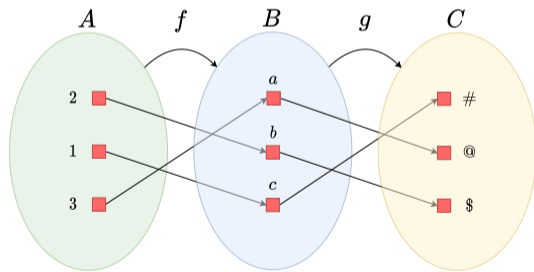
# Teorema 41

## Teorema

*A composição de bijeções é uma bijeção.*

## Demonstração.

Exercício 140



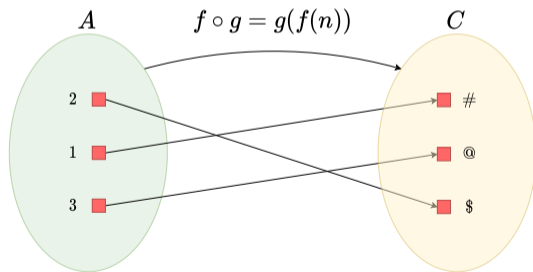
# Teorema 41

## Teorema

*A composição de bijeções é uma bijeção.*

## Demonstração.

Exercício 140



### Corolário

*Dados conjuntos finitos  $A$  e  $B$ , temos que  $|A| = |B|$  se e somente se  $A \sim B$ .*

Demonstração.

Exercício 141

