

Matemática Discreta

Unidade 47: Produto Cartesiano (1)

Renato Carmo

David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Teorema

Se A é um conjunto finito e U é um conjunto com um único elemento, então,

$$|U \times A| = |A|.$$

Teorema

Se A é um conjunto finito e U é um conjunto com um único elemento, então,

$$|U \times A| = |A|.$$

Teorema 49

Demonstração.

Seja A um conjunto finito e seja $U = \{u\}$ um conjunto com um único elemento.

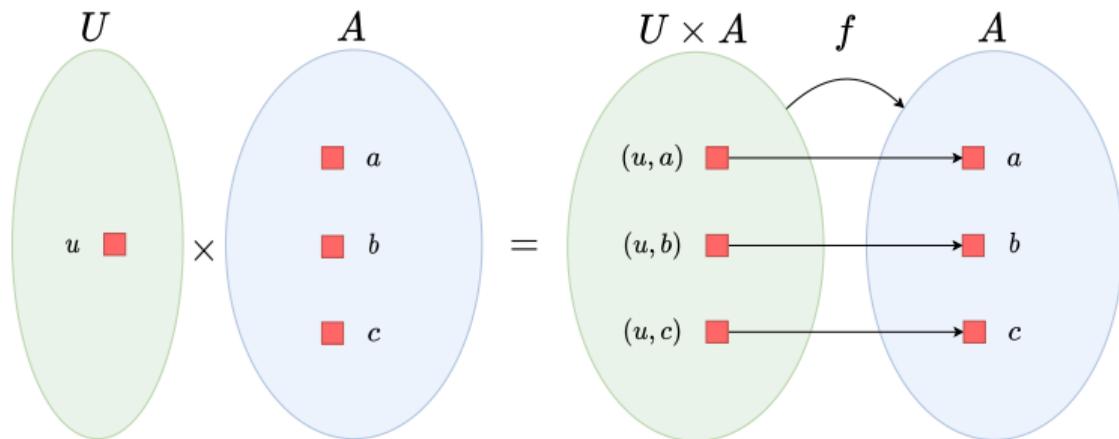
Teorema 49

Demonstração.

Seja A um conjunto finito e seja $U = \{u\}$ um conjunto com um único elemento. Para provar que

$$|U \times A| = |A|,$$

basta provar que a função $(u, a) \mapsto a$ é uma bijeção $U \times A \rightarrow A$.



Teorema

Se A e B são conjuntos finitos, então

$$|A \times B| = |A||B|.$$

Teorema 50

Demonstração.

Sejam A e B conjuntos finitos. Vamos provar que

$$|A \times B| = |A||B|.$$

Teorema 50

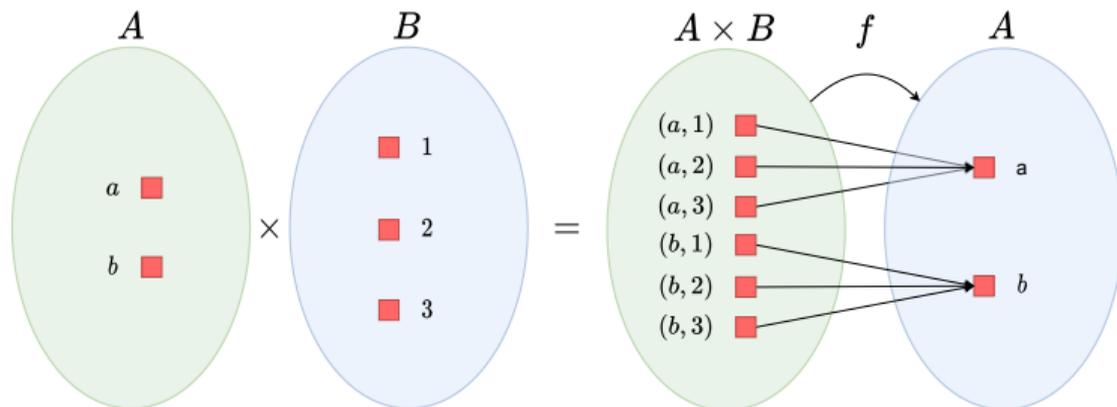
Demonstração.

Sejam A e B conjuntos finitos. Vamos provar que

$$|A \times B| = |A||B|.$$

Seja $f: A \times B \rightarrow A$ a função dada por

$$f(a, b) = a.$$



Teorema 50

Demonstração.

Pelo Corolário 46 temos

$$A \times B = \bigcup_{a \in f(A \times B)} f^{-1}(a) = \bigcup_{a \in A} f^{-1}(a),$$

Teorema 50

Demonstração.

Pelo Corolário 46 temos

$$A \times B = \bigcup_{a \in f(A \times B)} f^{-1}(a) = \bigcup_{a \in A} f^{-1}(a),$$

e para cada $a \in A$,

$$f^{-1}(a) = \{(a, b) \in A \times B \mid b \in B\} = \{a\} \times B \stackrel{T}{\sim} B, \quad 49$$

Teorema 50

Demonstração.

e portanto,

$$|f^{-1}(a)| \stackrel{C. 42}{=} |B|,$$

Teorema 50

Demonstração.

e portanto,

$$|f^{-1}(a)| \stackrel{C.42}{=} |B|,$$

e conseqüentemente,

$$|A \times B| = \left| \bigcup_{a \in A} f^{-1}(a) \right| \stackrel{C.44}{=} \sum_{a \in A} |f^{-1}(a)| = \sum_{a \in A} |B| \stackrel{T.4}{=} |A||B|.$$

