Matemática Discreta

Unidade 49: Produto Cartesiano (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Definição

Definição

Se $n > 0$ *é um inteiro e* A_1, A_2, $\ldots$, A_n *são conjuntos, o* **produto cartesiano** *de* A_1, A_2, $\ldots$, A_n *é o conjunto das* n*-uplas ordenadas de elementos de* A_1, A_2, $\ldots$, A_n *respectivamente,*

Definição

Definição

Se $n > 0$ *é um inteiro e* A_1, A_2, ..., A_n *são conjuntos, o* **produto cartesiano** *de* A_1, A_2, ..., A_n *é o conjunto das* n*-uplas ordenadas de elementos de* A_1, A_2, ..., A_n *respectivamente, ou seja,*

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n := \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in A_i,\ \textit{para todo } 1 \leq i \leq n\}.$$

Definição

Definição

Se $n > 0$ *é um inteiro e* A_1, A_2, ..., A_n *são conjuntos, o* **produto cartesiano** *de* A_1, A_2, ..., A_n *é o conjunto das n-uplas ordenadas de elementos de* A_1, A_2, ..., A_n *respectivamente, ou seja,*

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n := \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in A_i, \ \textit{para todo}\ 1 \leq i \leq n\}.$$

Denota-se

$$\prod_{i=1}^{n} A_i := A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n,$$

Definição

Definição

Se $n > 0$ é um inteiro e A_1, A_2, ..., A_n são conjuntos, o **produto cartesiano** *de A_1, A_2, ..., A_n é o conjunto das n-uplas ordenadas de elementos de A_1, A_2, ..., A_n respectivamente, ou seja,*

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n := \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in A_i, \text{ para todo } 1 \leq i \leq n\}.$$

Denota-se

$$\prod_{i=1}^{n} A_i := A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n,$$

e convenciona-se que

$$\prod_{i=1}^{0} A_i := \{()\}.$$

Corolário 51

Corolário (Princípio Multiplicativo)

Se $A_i : 1 \leq i \leq n$ *são conjuntos finitos, então*

$$\left| \prod_{i=1}^{n} A_i \right| = \prod_{i=1}^{n} |A_i|.$$

Corolário 51

Corolário (Princípio Multiplicativo)

Se $A_i : 1 \leq i \leq n$ *são conjuntos finitos, então*

$$\left|\prod_{i=1}^{n} A_i\right| = \prod_{i=1}^{n} |A_i|.$$

Demonstração.

Exercício 143. $\square$

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 144, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 144, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$$D := \text{conjunto dos divisores naturais de } 360,$$

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 144, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$$D := \text{conjunto dos divisores naturais de } 360,$$

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e consequentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]|$$

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 144, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$$D := \text{conjunto dos divisores naturais de } 360,$$

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e consequentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]| \overset{\text{C. 51}}{=} |[0..3]| \times |[0..2]| \times |[0..1]| =$$

Exercícios 145

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 144, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$$D := \text{conjunto dos divisores naturais de } 360,$$

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e consequentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]| \overset{\text{C. 51}}{=} |[0..3]| \times |[0..2]| \times |[0..1]| = 4 \times 3 \times 2 = 24.$$

Teorema 52

Teorema

O número de divisores naturais de um inteiro $n \in \mathbb{N}$ *é*

$$\prod_{i=1}^{k}(m_i + 1),$$

onde

$$\prod_{i=1}^{k} p_i^{m_i},$$

é a decomposição de n *em fatores primos.*

Demonstração.

Exercício 146 $\square$