

Matemática Discreta

Unidade 65: Subconjuntos com Número Fixo de Elementos (2)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma k -**aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Uma **aposta simples** é uma 6-aposta.

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Uma **aposta simples** é uma 6-aposta.

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Uma **aposta simples** é uma 6-aposta.

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?
- b) Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Uma **aposta simples** é uma 6-aposta.

- Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?
- Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?
- Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Exercício 184

A mega-sena é uma loteria onde são sorteados 6 dentre os números de 1 a 60, sendo todos os resultados possíveis equiprováveis.

Para cada $k \geq 6$, uma **k -aposta** é uma escolha de k dentre os números de 1 a 60.

Ganha-se a loteria com uma k -aposta se 6 dentre os k números que compõem esta k -aposta são os sorteados.

Uma **aposta simples** é uma 6-aposta.

- Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?
- Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?
- Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?
- Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

O número de possíveis resultados na mega-sena é

$$\left| \binom{[60]}{6} \right| =$$

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

O número de possíveis resultados na mega-sena é

$$\left| \binom{[60]}{6} \right| = \binom{|[60]|}{6} =$$

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

O número de possíveis resultados na mega-sena é

$$\left| \binom{[60]}{6} \right| = \binom{|[60]|}{6} = \binom{60}{6} =$$

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

O número de possíveis resultados na mega-sena é

$$\left| \binom{[60]}{6} \right| = \binom{|[60]|}{6} = \binom{60}{6} = \frac{60!}{54!6!} =$$

Exercício 184

- a) Quantos são os resultados possíveis de um sorteio da mega-sena?

Cada possível resultado de um sorteio é um subconjunto de 6 elementos de $[60]$.

O número de possíveis resultados na mega-sena é

$$\left| \binom{[60]}{6} \right| = \binom{|[60]|}{6} = \binom{60}{6} = \frac{60!}{54!6!} = 50\,063\,860.$$

Exercício 184

b) Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?

Exercício 184

b) Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?

Este também é o número de apostas simples, i.e.

50 063 860.

Exercício 184

b) Qual a chance de ganhar a mega-sena com uma aposta simples?

Este também é o número de apostas simples, i.e.

50 063 860.

A chance de ganhar com uma aposta simples, portanto, é

$$\frac{1}{50\,063\,860} < \frac{1}{50\,000\,000}.$$

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Uma 7-aposta é um subconjunto de 7 elementos de $[60]$.

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Uma 7-aposta é um subconjunto de 7 elementos de $[60]$.

O número de 7-apostas possíveis é

$$\left| \binom{[60]}{7} \right| = \binom{|[60]|}{7} = \binom{60}{7} = \frac{60!}{53! \times 7!} = 386\,206\,920.$$

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Uma 7-aposta é um subconjunto de 7 elementos de $[60]$.

O número de 7-apostas possíveis é

$$\left| \binom{[60]}{7} \right| = \binom{|[60]|}{7} = \binom{60}{7} = \frac{60!}{53! \times 7!} = 386\,206\,920.$$

A chance de ganhar com uma 7-aposta ($A = \{a_1, \dots, a_7\}$) é a chance de que algum subconjunto de 6 elementos de A seja o sorteado.

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

O número de tais subconjuntos é

$$\left| \binom{A}{6} \right| = \binom{|A|}{6} = \binom{7}{6} = \frac{7!}{1! \times 6!} = 7,$$

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

O número de tais subconjuntos é

$$\left| \binom{A}{6} \right| = \binom{|A|}{6} = \binom{7}{6} = \frac{7!}{1! \times 6!} = 7,$$

E, portanto, a chance de ganhar com uma 7-aposta é

$$\frac{7}{\binom{60}{6}},$$

ou seja,

Exercício 184

- c) Quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma 7-aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

O número de tais subconjuntos é

$$\left| \binom{A}{6} \right| = \binom{|A|}{6} = \binom{7}{6} = \frac{7!}{1! \times 6!} = 7,$$

E, portanto, a chance de ganhar com uma 7-aposta é

$$\frac{7}{\binom{60}{6}},$$

ou seja, 7 vezes maior que a chance de ganhar com uma aposta simples.

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Uma k -aposta é um subconjunto de k elementos de $[60]$. O número de k -apostas possíveis é

$$\left| \binom{[60]}{k} \right| = \binom{|[60]|}{k} = \binom{60}{k}.$$

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

Uma k -aposta é um subconjunto de k elementos de $[60]$. O número de k -apostas possíveis é

$$\left| \binom{[60]}{k} \right| = \binom{|[60]|}{k} = \binom{60}{k}.$$

A chance de ganhar com uma k -aposta $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ é a chance de que algum subconjunto de 6 elementos de A seja o sorteado. O número de tais subconjuntos é

$$\left| \binom{A}{6} \right| = \binom{|A|}{6} = \binom{k}{6},$$

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

E, portanto, a chance de ganhar com uma k -aposta é

$$\frac{\binom{k}{6}}{\binom{60}{6}} =$$

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

E, portanto, a chance de ganhar com uma k -aposta é

$$\frac{\binom{k}{6}}{\binom{60}{6}} = \frac{k_6}{60_6} =$$

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

E, portanto, a chance de ganhar com uma k -aposta é

$$\frac{\binom{k}{6}}{\binom{60}{6}} = \frac{k_6}{60_6} = \frac{k_6}{36\,045\,979\,200},$$

ou $\binom{k}{6} = k_6/720$ vezes maior que a chance de ganhar com uma aposta simples.

Exercício 184

- d) Em geral, quantas vezes maior a chance de ganhar a mega-sena com uma k -aposta, comparada com a chance de ganhar com uma aposta simples?

... resumindo

k	$\binom{k}{6}$	k	$\binom{k}{6}$
6	1	11	462
7	7	12	924
8	28	13	1716
9	84	14	3003
10	210	15	5005