Matemática Discreta

Unidade 66: Subconjuntos com Número Fixo de Elementos (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

É evidente que

$$\bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} =$$

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

É evidente que

$$\bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} = 2^{A},$$

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

É evidente que

$$\bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} = 2^A,$$

e como os conjuntos $\binom{A}{k} : 0 \leq k \leq |A|$ são dois a dois disjuntos entre si, então (Teorema 43)

$$\left| \bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} \right| =$$

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

É evidente que

$$\bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} = 2^A,$$

e como os conjuntos $\binom{A}{k}$: $0 \leq k \leq |A|$ são dois a dois disjuntos entre si, então (Teorema 43)

$$\left| \bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} \right| = \sum_{k=0}^{|A|} \left| \binom{A}{k} \right| =$$

União de todos os subjconjuntos

Seja A um conjunto finito de n elementos.

É evidente que

$$\bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} = 2^A,$$

e como os conjuntos $\binom{A}{k}: 0 \leq k \leq |A|$ são dois a dois disjuntos entre si, então (Teorema 43)

$$\left| \bigcup_{k=0}^{|A|} \binom{A}{k} \right| = \sum_{k=0}^{|A|} \left| \binom{A}{k} \right| = \sum_{k=0}^{|A|} \binom{|A|}{k},$$

União de todos os subjconjuntos

e como

$$\left|2^A\right| = 2^{|A|},$$

temos

$$\sum_{k=0}^{|A|} \binom{|A|}{k} =$$

União de todos os subjconjuntos

e como

$$\left|2^A\right| = 2^{|A|},$$

temos

$$\sum_{k=0}^{|A|} \binom{|A|}{k} = 2^{|A|}.$$

Corolário 69

Corolário

Para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n.$$