

Matemática Discreta

Unidade 3: Conjuntos, Inteiros, Somatórios e Produtórios

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Conjuntos

Conjuntos

A, B : conjuntos

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A :=$

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não $(a \in A)$,

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não $(a \in A)$,

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não $(A \subseteq B)$,

$A = B$:= $(A \subseteq B)$ e $(B \subseteq A)$,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não $(a \in A)$,

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não $(A \subseteq B)$,

$A = B$:= $(A \subseteq B)$ e $(B \subseteq A)$,

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

$A - B$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não $(a \in A)$,

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não $(A \subseteq B)$,

$A = B$:= $(A \subseteq B)$ e $(B \subseteq A)$,

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

$A - B$:= $\{a \mid a \in A \text{ e } a \notin B\}$,

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não $(a \in A)$,

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não $(A \subseteq B)$,

$A = B$:= $(A \subseteq B)$ e $(B \subseteq A)$,

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

$A - B$:= $\{a \mid a \in A \text{ e } a \notin B\}$,

$|A|$:=

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

$A - B$:= $\{a \mid a \in A \text{ e } a \notin B\}$,

$|A|$:= número de elementos do conjunto A .

Conjuntos

A, B : conjuntos

Notação

$\emptyset$ denota o conjunto vazio.

$a \in A$:= a é elemento do conjunto A ,

$a \notin A$:= não ($a \in A$),

$A \subseteq B$:= $a \in B$, para todo $a \in A$,

$A \not\subseteq B$:= não ($A \subseteq B$),

$A = B$:= ($A \subseteq B$) e ($B \subseteq A$),

$A \cup B$:= $\{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$,

$A \cap B$:= $\{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$,

$A - B$:= $\{a \mid a \in A \text{ e } a \notin B\}$,

$|A|$:= número de elementos do conjunto A .

Inteiros

Inteiros

A : conjunto

$z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{Z}$

$q \in \mathbb{Q}$

$x \in \mathbb{R}$

A : conjunto

$z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{Z}$

$q \in \mathbb{Q}$

$x \in \mathbb{R}$

Definição

O **intervalo inteiro** de z_1 a z_2 é o conjunto dos inteiros entre z_1 e z_2 , ou seja

$$[z_1..z_2] := \{z \in \mathbb{Z} \mid z_1 \leq z \leq z_2\}.$$

Definição

Dado $A \subseteq \mathbb{R}$,

- o **mínimo** de A é um elemento m de A satisfazendo

$$m \leq a, \text{ para todo } a \in A.$$

Definição

Dado $A \subseteq \mathbb{R}$,

- o **mínimo** de A é um elemento m de A satisfazendo

$$m \leq a, \text{ para todo } a \in A.$$

- o **máximo** de A é um elemento m de A satisfazendo

$$m \geq a, \text{ para todo } a \in A.$$

Inteiros

Inteiros

Notação

$\min A$ denota o mínimo de A .

Notação

$\max A$ denota o máximo de A .

Notação

$\min A$ denota o mínimo de A .

Notação

$\max A$ denota o máximo de A .

Conjuntos podem não ter mínimo ou máximo. Por exemplo,

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x < 1\}.$$

Notação

$\min A$ denota o mínimo de A .

Notação

$\max A$ denota o máximo de A .

Conjuntos podem não ter mínimo ou máximo. Por exemplo,

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x < 1\}.$$

Notação

$\lg x$ denota $\log_2 x$.

Somatórios e Produtórios

Somatórios e Produtórios

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Somatórios e Produtórios

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Notação

$$\sum_{x \in X} f(x)$$

Somatórios e Produtos

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Notação

$$\sum_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

Somatórios e Produtórios

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Notação

$$\sum_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\sum_{x \in X} f(x) = 0.$$

Somatórios e Produtórios

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Notação

$$\sum_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\sum_{x \in X} f(x) = 0.$$

$$\sum_{i=a}^b f(i) :=$$

Somatórios e Produtórios

$$f: A \rightarrow \mathbb{C}$$

X : subconjunto finito de A .

a, b : inteiros.

Notação

$$\sum_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\sum_{x \in X} f(x) = 0.$$

$$\sum_{i=a}^b f(i) := \sum_{x \in [a..b]} f(x).$$

Teorema 4

X finito e $c \in \mathbb{C}$,

$$\sum_{x \in X} c =$$

Teorema 4

X finito e $c \in \mathbb{C}$,

$$\sum_{x \in X} c = c|X|.$$

Demonstração.

Exercício 60



Teorema 5

$f, g: A \rightarrow \mathbb{C}$ e $X \subseteq A$ finito,

$$\sum_{x \in X} (f(x) + g(x)) =$$

Teorema 5

$f, g: A \rightarrow \mathbb{C}$ e $X \subseteq A$ finito,

$$\sum_{x \in X} (f(x) + g(x)) = \sum_{x \in X} f(x) + \sum_{x \in X} g(x).$$

Demonstração.

Exercício 61



Teorema 6

Dada $f: A \rightarrow \mathbb{C}$, $X \subseteq A$ finito e $c \in \mathbb{C}$,

$$\sum_{x \in X} cf(x) =$$

Teorema 6

Dada $f: A \rightarrow \mathbb{C}$, $X \subseteq A$ finito e $c \in \mathbb{C}$,

$$\sum_{x \in X} cf(x) = c \sum_{x \in X} f(x).$$

Demonstração.

Exercício 62



Somatórios e Produtórios

Notação

$$\prod_{x \in X} f(x)$$

Notação

$$\prod_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\prod_{x \in X} f(x) =$$

Notação

$$\prod_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\prod_{x \in X} f(x) = 1.$$

Notação

$$\prod_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\prod_{x \in X} f(x) = 1.$$

$$\prod_{i=a}^b f(i) :=$$

Notação

$$\prod_{x \in X} f(x)$$

Se $X = \emptyset$, então

$$\prod_{x \in X} f(x) = 1.$$

$$\prod_{i=a}^b f(i) := \prod_{x \in [a..b]} f(x).$$

Exercício 14.