

Matemática Discreta

Unidade 23: Recorrências (6)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f, m: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f, m: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$$

$$h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

Outra generalização da ideia das unidades anteriores

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f, m: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$$

$$h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$n_0 \in \mathbb{N}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$f(n) = m(n) f(h(n))$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) = m(n) m(h(n)) m(h^2(n)) f(h^3(n)) \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) = m(n) m(h(n)) m(h^2(n)) f(h^3(n)) \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) = m(n) m(h(n)) m(h^2(n)) f(h^3(n)) \\ &= \dots \\ &= m(h^0(n)) m(h^1(n)) \dots m(h^{u-1}(n)) f(h^u(n)) \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) = m(n) m(h(n)) m(h^2(n)) f(h^3(n)) \\ &= \dots \\ &= m(h^0(n)) m(h^1(n)) \dots m(h^{u-1}(n)) f(h^u(n)) \\ &= f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n)), \end{aligned}$$

$$f(n) = m(n)f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$\begin{aligned} f(n) &= m(n) f(h(n)) \\ &= m(n) (m(h(n)) f(h(h(n)))) = m(n) m(h(n)) f(h^2(n)) \\ &= m(n) m(h(n)) (m(h^2(n)) f(h(h^2(n)))) = m(n) m(h(n)) m(h^2(n)) f(h^3(n)) \\ &= \dots \\ &= m(h^0(n)) m(h^1(n)) \dots m(h^{u-1}(n)) f(h^u(n)) \\ &= f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n)), \end{aligned}$$

$$u = \min \{k \in \mathbb{N} \mid h^k(n) < n_0\}$$

Resumo

se

$$f(n) = m(n) f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

se

$$f(n) = m(n) f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

então

$$f(n) = f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n))$$

Resumo

se

$$f(n) = m(n) f(h(n)), \text{ para todo } n \geq n_0$$

então

$$f(n) = f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n))$$

onde

$$u = \min \left\{ k \in \mathbb{N} \mid h^k(n) < n_0 \right\}$$