

Matemática Discreta

Unidade 43: Fundamentos de Contagem (2)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

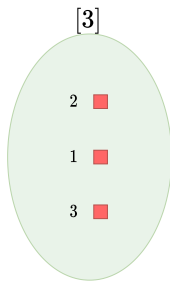
Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

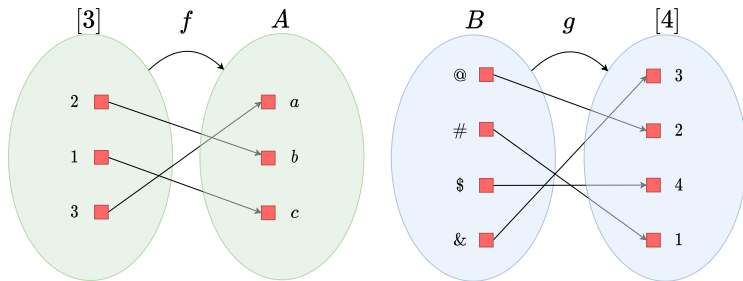
Os conjuntos que sabemos contar são os conjuntos $[n]$: $n \in \mathbb{N}$.



Contagem

Contagem significa contagem do número de elementos de um conjunto.

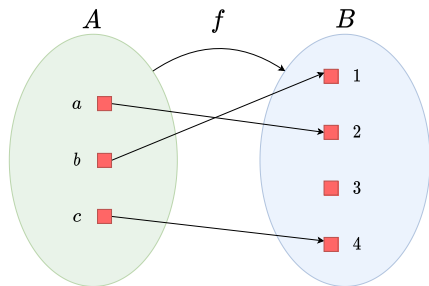
Os conjuntos que sabemos contar são os conjuntos $[n]: n \in \mathbb{N}$.



A maneira de comparar a quantidade de elementos entre conjuntos é o estabelecimento de **bijeções**.

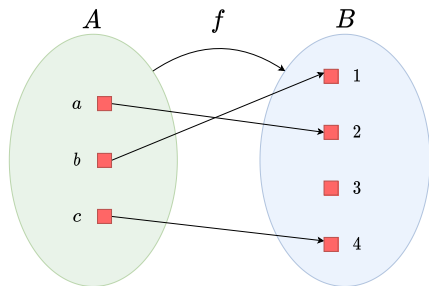
Contagem - imagem

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.



Contagem - imagem

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

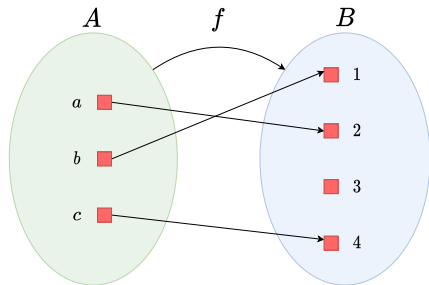


A **imagem** de um elemento $a \in A$ pela função f é o elemento $f(a) \in B$.

Contagem - imagem

A imagem da função f é o conjunto

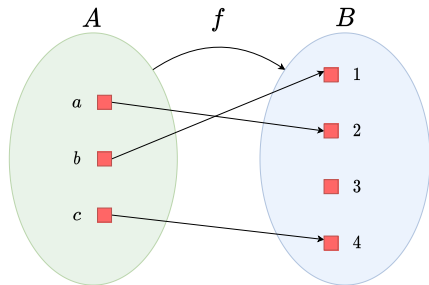
$$f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}.$$



Contagem - imagem

A imagem da função f é o conjunto

$$f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}.$$

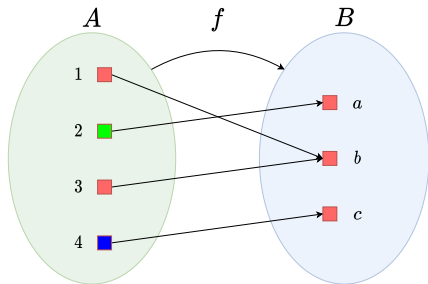


No exemplo, $f(A) = \{f(a), f(b), f(c)\} = \{2, 1, 4\}$.

Contagem - imagem

Para cada $b \in B$ definimos a **imagem inversa de b por f** como sendo o conjunto dos elementos de A cuja imagem é b , isto é

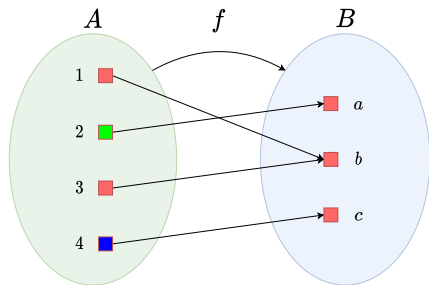
$$f^{-1}(b) := \{a \in A \mid f(a) = b\}.$$



Contagem - imagem

Para cada $b \in B$ definimos a **imagem inversa de b por f** como sendo o conjunto dos elementos de A cuja imagem é b , isto é

$$f^{-1}(b) := \{a \in A \mid f(a) = b\}.$$

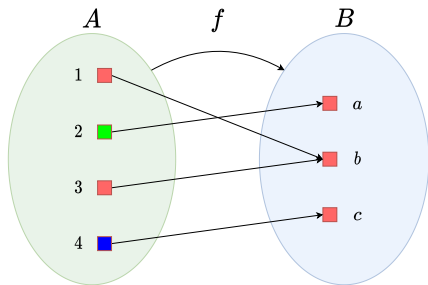


No exemplo, $f^{-1}(a) = \{2\}$, $f^{-1}(b) = \{1, 3\}$ e $f^{-1}(c) = \{4\}$.

Contagem - quociente

O conjunto das imagens inversas de A por f é uma partição de A que é denotada A/f e é chamada de **quociente** de A por f , isto é

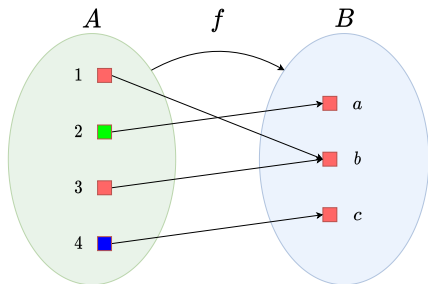
$$A/f := \{f^{-1}(b) \mid b \in f(A)\}.$$



Contagem - quociente

O conjunto das imagens inversas de A por f é uma partição de A que é denotada A/f e é chamada de **quociente** de A por f , isto é

$$A/f := \{f^{-1}(b) \mid b \in f(A)\}.$$

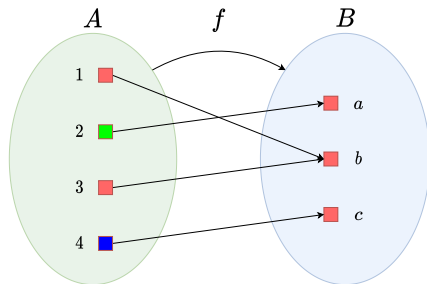


No exemplo, $A/f = \{\{2\}, \{1, 3\}, \{4\}\}$ é uma **3-partição** de A .

Contagem - quociente

Observe que, como A/f é uma partição de A , então

$$A = \bigcup_{C \in A/f} C,$$

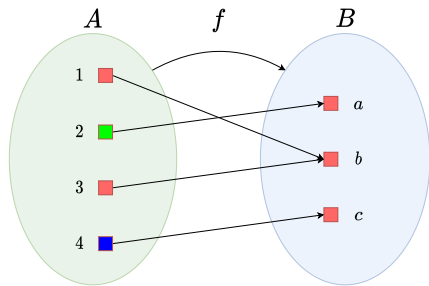


No exemplo, $A = \{2\} \cup \{1, 3\} \cup \{4\} = \{2, 1, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$.

Contagem

ou, equivalentemente,

$$A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}(b).$$



No exemplo, $A = \{2\} \cup \{1, 3\} \cup \{4\} = \{2, 1, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$.