

Matemática Discreta

Unidade 49: Produto Cartesiano (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Definição

Definição

Se $n > 0$ é um inteiro e $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos, o **produto cartesiano** de $A_1, A_2, \dots, A_n$ é o conjunto das n -uplas ordenadas de elementos de $A_1, A_2, \dots, A_n$ respectivamente,

Definição

Definição

Se $n > 0$ é um inteiro e $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos, o **produto cartesiano** de $A_1, A_2, \dots, A_n$ é o conjunto das n -uplas ordenadas de elementos de $A_1, A_2, \dots, A_n$ respectivamente, ou seja,

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n := \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i, \text{ para todo } 1 \leq i \leq n\}.$$

Definição

Definição

Se $n > 0$ é um inteiro e $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos, o **produto cartesiano** de $A_1, A_2, \dots, A_n$ é o conjunto das n -uplas ordenadas de elementos de $A_1, A_2, \dots, A_n$ respectivamente, ou seja,

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n := \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i, \text{ para todo } 1 \leq i \leq n\}.$$

Denota-se

$$\prod_{i=1}^n A_i := A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n,$$

Definição

Definição

Se $n > 0$ é um inteiro e $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos, o **produto cartesiano** de $A_1, A_2, \dots, A_n$ é o conjunto das n -uplas ordenadas de elementos de $A_1, A_2, \dots, A_n$ respectivamente, ou seja,

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n := \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i, \text{ para todo } 1 \leq i \leq n\}.$$

Denota-se

$$\prod_{i=1}^n A_i := A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n,$$

e convencionam-se que

$$\prod_{i=1}^0 A_i := \{()\}.$$

Corolário (Princípio Multiplicativo)

Se $A_i: 1 \leq i \leq n$ são conjuntos finitos, então

$$\left| \prod_{i=1}^n A_i \right| = \prod_{i=1}^n |A_i|.$$

Corolário (Princípio Multiplicativo)

Se $A_i: 1 \leq i \leq n$ são conjuntos finitos, então

$$\left| \prod_{i=1}^n A_i \right| = \prod_{i=1}^n |A_i|.$$

Demonstração.

Exercício 144.



Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 145, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 145, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$D :=$ conjunto dos divisores naturais de 360,

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 145, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$D :=$ conjunto dos divisores naturais de 360,

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e conseqüentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]|$$

Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 145, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$D :=$ conjunto dos divisores naturais de 360,

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e conseqüentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]| \stackrel{\text{C. 51}}{=} |[0..3]| \times |[0..2]| \times |[0..1]| =$$

Exercícios 146

Quantos divisores naturais tem o número 360?

Seguindo o mesmo raciocínio do Exercício 145, temos

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1,$$

e daí, fazendo

$D :=$ conjunto dos divisores naturais de 360,

temos

$$D \sim [0..3] \times [0..2] \times [0..1],$$

e conseqüentemente (C. 42),

$$|D| = |[0..3] \times [0..2] \times [0..1]| \stackrel{\text{C. 51}}{=} |[0..3]| \times |[0..2]| \times |[0..1]| = 4 \times 3 \times 2 = 24.$$

Teorema 52

Teorema

O número de divisores naturais de um inteiro $n \in \mathbb{N}$ é

$$\prod_{i=1}^k (m_i + 1),$$

onde

$$\prod_{i=1}^k p_i^{m_i},$$

é a decomposição de n em fatores primos.

Demonstração.

Exercício 147

