

Matemática Discreta

Unidade 69: Composições de Inteiros

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Composições de Inteiros

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 2)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 2)$, $(1, 3, 1)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 2)$, $(1, 3, 1)$, $(2, 1, 2)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 2)$, $(1, 3, 1)$, $(2, 1, 2)$, $(2, 2, 1)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)$

Composições de Inteiros

$$n \geq k \in \mathbb{N}$$

k -composição de n : sequência $(x_1, \dots, x_k) \in [n]^k$ satisfazendo $\sum_{i=1}^k x_i = n$

3-composições de 5: $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 2)$, $(1, 3, 1)$, $(2, 1, 2)$, $(2, 2, 1)$, $(3, 1, 1)$

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 4 + 2$$

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 4 + 2$$

escolha de $4 - 1 = 3$ sinais de $+$ dentre os $10 - 1$ possíveis determina uma 4-composição de 10

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 4 + 2$$

escolha de $4 - 1 = 3$ sinais de $+$ dentre os $10 - 1$ possíveis determina uma 4-composição de 10

bijeção: $\binom{[10-1]}{4-1} \sim$ 4-composições de 10

Quantas k -composições admite um inteiro n ?

4-composições de 10

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 4 + 2$$

escolha de $4 - 1 = 3$ sinais de $+$ dentre os $10 - 1$ possíveis determina uma 4-composição de 10

bijeção: $\binom{[10-1]}{4-1} \sim$ 4-composições de 10

bijeção: $\binom{[n-1]}{k-1} \sim$ k -composições de n

Teorema 75

Teorema 75

existem $\binom{n-1}{k-1}$ k -composições de n

Composições, bolas e urnas

Composições, bolas e urnas

k -composições de n

Composições, bolas e urnas

k -composições de n $\sim$ distribuição de n bolas idênticas por k urnas distintas

Composições, bolas e urnas

k -composições de n $\sim$ distribuição de n bolas idênticas por k urnas distintas sem que nenhuma urna fique vazia

Composições, bolas e urnas

k -composições de n $\sim$ distribuição de n bolas idênticas por k urnas distintas sem que nenhuma urna fique vazia

$$u_1 + \dots + u_k = n$$

existem $\binom{n-1}{k-1}$ maneiras de distribuir n bolas idênticas por k urnas distintas de maneira que nenhuma urna fique vazia