

Matemática Discreta

Unidade 34: Recorrências Lineares Não Homogêneas (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Exercicio 124c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Exercicio 124c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

$f(n)$ satisfaz uma RLnH cujo PC é

$$(X - 1)G,$$

Exercicio 124c

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ f(n-1) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

$f(n)$ satisfaz uma RLnH cujo PC é

$$(X - 1)G,$$

onde G é o PC de uma RLH satisfeita por

$$g(n) = n.$$

Exercício 124c

Como

$$n = 1n^1 1^n,$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

Exercício 124c

Como

$$n = 1n^1 1^n,$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 =$$

Exercício 124c

Como

$$n = 1n^{\textcolor{red}{1}}\textcolor{blue}{1}^n,$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - \textcolor{blue}{1})^{\textcolor{red}{1}+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3,$$

Exercício 124c

Como

$$n = 1n^1 1^n,$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3,$$

e

$$f(n) = a1^n + bn^1 1^n + cn^2 1^n =$$

Exercício 124c

Como

$$n = 1n^1 1^n,$$

então g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2,$$

e f satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3,$$

e

$$f(n) = a1^n + bn^1 1^n + cn^2 1^n = a + bn + cn^2.$$

Exercício 124c

Os coeficientes a , b e c são dados por

$$f(0) = a + b0 + c0^2,$$

$$f(1) = a + b1 + c1^2,$$

$$f(2) = a + b2 + c2^2,$$

Exercício 124c

Os coeficientes a , b e c são dados por

$$f(0) = a + b0 + c0^2,$$

$$f(1) = a + b1 + c1^2,$$

$$f(2) = a + b2 + c2^2,$$

ou seja

$$0 = a,$$

$$f(0) + 1 = a + b + c,$$

$$f(1) + 2 = a + 2b + 4c,$$

Exercício 124c

Os coeficientes a , b e c são dados por

$$f(0) = a + b0 + c0^2,$$

$$f(1) = a + b1 + c1^2,$$

$$f(2) = a + b2 + c2^2,$$

ou seja

$$0 = a,$$

$$f(0) + 1 = a + b + c,$$

$$f(1) + 2 = a + 2b + 4c,$$

ou seja,

$$0 = a,$$

$$1 = b + c,$$

$$3 = 2b + 4c,$$

Exercicio 124c

$$0 = a,$$

$$1 = b + c,$$

$$3 = 2b + 4c,$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

Exercicio 124c

$$0 = a,$$

$$1 = b + c,$$

$$3 = 2b + 4c,$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

e

$$2b + 4(1 - b) = 3,$$

ou seja

$$-2b = -1, \text{ e } b = \frac{1}{2},$$

Exercício 124c

$$0 = a,$$

$$1 = b + c,$$

$$3 = 2b + 4c,$$

e portanto,

$$c = 1 - b,$$

e

$$2b + 4(1 - b) = 3,$$

ou seja

$$-2b = -1, \text{ e } b = \frac{1}{2},$$

e

$$c = 1 - b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Exercicio 124c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 =$$

Exercicio 124c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 = \frac{n(n+1)}{2},$$

para todo $n > 0$.

Exercício 124c

E portanto,

$$f(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 = \frac{n(n+1)}{2},$$

para todo $n > 0$.

Como ainda

$$\frac{0(0+1)}{2} = 0 = f(0),$$

então

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$