

Matemática Discreta

Unidade 38: Somatórios (2)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Como

$$s(n) = \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n g(i) =$$

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Como

$$s(n) = \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n g(i) = \sum_{i=0}^{n-1} g(i) + n =$$

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Como

$$s(n) = \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n g(i) = \sum_{i=0}^{n-1} g(i) + n = s(n-1) + n,$$

onde

$$g(n) = n,$$

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Como

$$s(n) = \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n g(i) = \sum_{i=0}^{n-1} g(i) + n = s(n-1) + n,$$

onde

$$g(n) = n,$$

e

$$g(n) = 1n^1 1^n,$$

Exercício 130)

Dê uma expressão livre de somatórios para $\sum_{i=0}^n i$.

Como

$$s(n) = \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n g(i) = \sum_{i=0}^{n-1} g(i) + n = s(n-1) + n,$$

onde

$$g(n) = n,$$

e

$$g(n) = 1n^1 1^n,$$

temos do Corolário 38 que a função g satisfaz uma RLH cujo PC é

$$G = (X - 1)^{1+1} = (X - 1)^2.$$

Exercício 130)

E daí, pelo Corolário 40 temos que a função s satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)G = (X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3.$$

Exercício 130)

E daí, pelo Corolário 40 temos que a função s satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)G = (X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3.$$

Pelo Corolário 36, temos

$$s(n) = a1^n + bn^11^n + cn^21^n = a + bn + cn^2,$$

Exercício 130)

E daí, pelo Corolário 40 temos que a função s satisfaz uma RLH cujo PC é

$$(X - 1)G = (X - 1)(X - 1)^2 = (X - 1)^3.$$

Pelo Corolário 36, temos

$$s(n) = a1^n + bn^11^n + cn^21^n = a + bn + cn^2,$$

onde (a, b, c) é a solução do sistema

$$s(0) = a + b0^1 + c0^2,$$

$$s(1) = a + b1^1 + c1^2,$$

$$s(2) = a + b2^1 + c2^2.$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

e portanto,

$$1 = a + c,$$

$$3 = 2a + 4c,$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

e portanto,

$$1 = a + c,$$

$$3 = 2a + 4c,$$

isto é,

$$a = 0, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2},$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

e portanto,

$$1 = a + c,$$

$$3 = 2a + 4c,$$

isto é,

$$a = 0, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2},$$

e portanto,

$$s(n) = a + bn + cn^2 =$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

e portanto,

$$1 = a + c,$$

$$3 = 2a + 4c,$$

isto é,

$$a = 0, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2},$$

e portanto,

$$s(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 =$$

Exercício 130)

Isto é,

$$0 = a,$$

$$1 = a + b + c,$$

$$3 = a + 2b + 4c,$$

e portanto,

$$1 = a + c,$$

$$3 = 2a + 4c,$$

isto é,

$$a = 0, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2},$$

e portanto,

$$s(n) = a + bn + cn^2 = 0 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2 = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$