Matemática Discreta

Unidade 45: Fundamentos de Contagem (4)

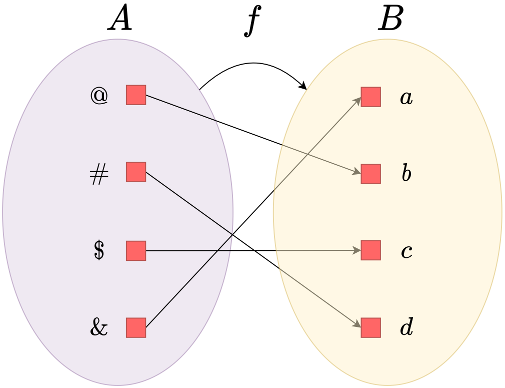
Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

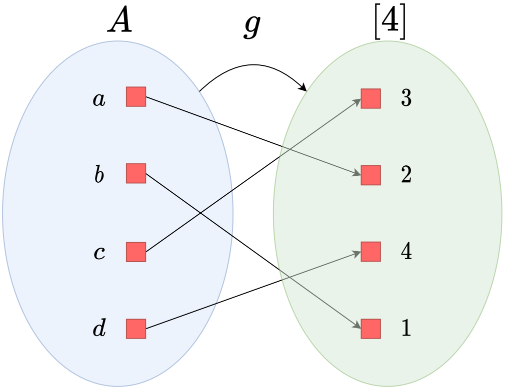
Formalmente Contando por Bijeção

$A \sim B$ denota o fato de que existe bijeção entre A e B.



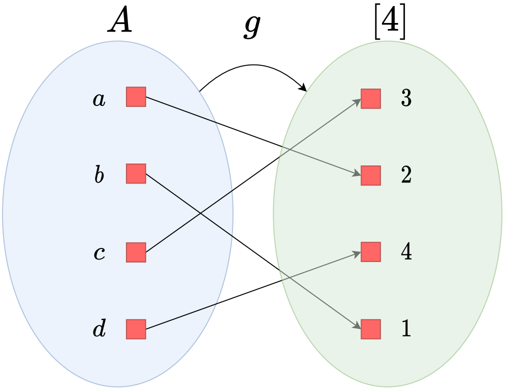
Formalmente Contando por Bijeção

Para cada conjunto finito A existe um único inteiro $n \in \mathbb{N}$ tal que $A \sim [n]$.



Formalmente Contando por Bijeção

Para cada conjunto finito A existe um único inteiro $n \in \mathbb{N}$ tal que $A \sim [n]$.



Tal inteiro é chamado **tamanho** (ou **cardinalidade** ou **número de elementos**) do conjunto A e é denotado por $|A|$.

Formalmente Contando por Bijeção

Definição

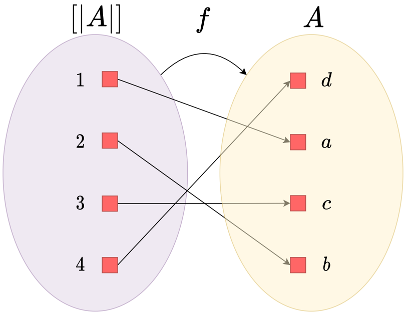
Uma **enumeração** *de um conjunto finito A é uma bijeção $f : [|A|] \to A$.*

Formalmente Contando por Bijeção

Definição

Uma **enumeração** *de um conjunto finito* A *é uma bijeção* $f : [|A|] \to A$.
Para cada $i \in [|A|]$,

- i *é chamado de* **índice** *de* $f(i)$ *em* A *segundo* f, *e*
- $f(i)$ *é o i-ésimo elemento de* A *segundo* f.



Formalmente Contando por Bijeção

Exemplo

Quais são os divisores naturais de 72*?*

Formalmente Contando por Bijeção

Exemplo

Quais são os divisores naturais de 72?
Fazendo

$$D = \{n \in \mathbb{N} \mid n|72\}$$

temos

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\},$$

e

$$|D| = 12.$$

Formalmente Contando por Bijeção

Exemplo

São enumerações do conjunto D dos divisores naturais de 72:

$f(i)$	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Formalmente Contando por Bijeção

Exemplo

São enumerações do conjunto D dos divisores naturais de 72:

$f(i)$	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$g(i)$	1	3	9	2	6	18	4	12	36	8	24	72
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

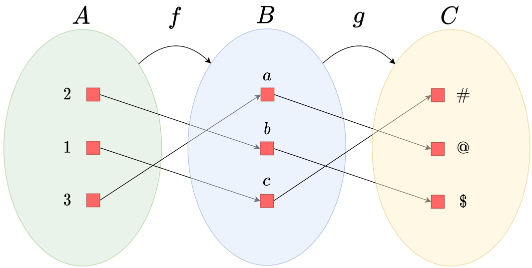
Teorema 41

Teorema

A composição de bijeções é uma bijeção.

Demonstração.

Exercício 141 □



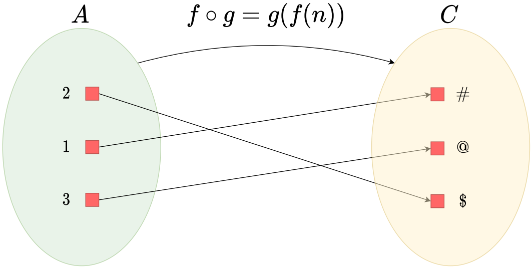
Teorema 41

Teorema

A composição de bijeções é uma bijeção.

Demonstração.

Exercício 141 □



Corolário 42

Corolário

Dados conjuntos finitos A e B, temos que $|A| = |B|$ se e somente se $A \sim B$.

Demonstração.

Exercício 142 $\square$