

Matemática Discreta

Unidade 52: Sequências (3)

Renato Carmo
David Menotti

Departamento de Informática da UFPR

Segundo Período Especial de 2020

Exercício 152

Um teclado convencional tem 47 “teclas que geram caracteres”. Cada tecla pode gerar dois caracteres, conforme combinada ou não com a tecla “shift”. Chamaremos de **caracteres convencionais** os caracteres que podem ser gerados desta maneira.

Exercício 152

Um teclado convencional tem 47 “teclas que geram caracteres”. Cada tecla pode gerar dois caracteres, conforme combinada ou não com a tecla “shift”. Chamaremos de **caracteres convencionais** os caracteres que podem ser gerados desta maneira. Uma **senha convencional** é uma sequência de caracteres convencionais.

Exercício 152

Um teclado convencional tem 47 “teclas que geram caracteres”. Cada tecla pode gerar dois caracteres, conforme combinada ou não com a tecla “shift”. Chamaremos de **caracteres convencionais** os caracteres que podem ser gerados desta maneira.

Uma **senha convencional** é uma sequência de caracteres convencionais.

Considere um sistema de quebra de senhas à base de “força bruta”, isto é, que tenta todas as senhas possíveis, e suponha que o sistema é capaz de testar 1 (uma) senha por segundo.

Exercício 152

Um teclado convencional tem 47 “teclas que geram caracteres”. Cada tecla pode gerar dois caracteres, conforme combinada ou não com a tecla “shift”. Chamaremos de **caracteres convencionais** os caracteres que podem ser gerados desta maneira.

Uma **senha convencional** é uma sequência de caracteres convencionais.

Considere um sistema de quebra de senhas à base de “força bruta”, isto é, que tenta todas as senhas possíveis, e suponha que o sistema é capaz de testar 1 (uma) senha por segundo.

- a) Qual o menor tamanho n que deve ter uma senha convencional para garantir que tal sistema não seja capaz de testar todas as senhas possíveis em um dia?

Exercício 152

Um teclado convencional tem 47 “teclas que geram caracteres”. Cada tecla pode gerar dois caracteres, conforme combinada ou não com a tecla “shift”. Chamaremos de **caracteres convencionais** os caracteres que podem ser gerados desta maneira.

Uma **senha convencional** é uma sequência de caracteres convencionais.

Considere um sistema de quebra de senhas à base de “força bruta”, isto é, que tenta todas as senhas possíveis, e suponha que o sistema é capaz de testar 1 (uma) senha por segundo.

- a) Qual o menor tamanho n que deve ter uma senha convencional para garantir que tal sistema não seja capaz de testar todas as senhas possíveis em um dia?
- b) Se o sistema atacante for um milhão de vezes mais rápido, para quanto mudará este valor?

Exercício 152

Fazendo

T := conjunto das teclas convencionais,

C := conjunto dos caracteres convencionais,

S_n := senhas convencionais de tamanho n ,

temos

$$S_n = C^n.$$

Exercício 152

Fazendo

T := conjunto das teclas convencionais,

C := conjunto dos caracteres convencionais,

S_n := senhas convencionais de tamanho n ,

temos

$$S_n = C^n.$$

a) Um dia tem $24.60.60 = 86\,400$ segundos e queremos

Exercício 152

Fazendo

T := conjunto das teclas convencionais,

C := conjunto dos caracteres convencionais,

S_n := senhas convencionais de tamanho n ,

temos

$$S_n = C^n.$$

a) Um dia tem $24.60.60 = 86\,400$ segundos e queremos

$$|S_n| > 86400.$$

Exercício 152

Fazendo

$T :=$ conjunto das teclas convencionais,

$C :=$ conjunto dos caracteres convencionais,

$S_n :=$ senhas convencionais de tamanho n ,

temos

$$S_n = C^n.$$

a) Um dia tem $24.60.60 = 86\,400$ segundos e queremos

$$|S_n| > 86400.$$

Como

$$S_n = C^n,$$

então

$$|S_n| = |C^n| \stackrel{\text{C. 53}}{=}$$

Exercício 152

Fazendo

$T :=$ conjunto das teclas convencionais,

$C :=$ conjunto dos caracteres convencionais,

$S_n :=$ senhas convencionais de tamanho n ,

temos

$$S_n = C^n.$$

a) Um dia tem $24.60.60 = 86\,400$ segundos e queremos

$$|S_n| > 86400.$$

Como

$$S_n = C^n,$$

então

$$|S_n| = |C^n| \stackrel{\text{C. 53}}{=} |C|^n$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{T.50}{=}$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{T.50}{=} |\{0, 1\}| |T|$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{\text{T.50}}{=} |\{0, 1\}| |T| = 2 \times 47 = 94$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{\text{T.50}}{=} |\{0, 1\}| |T| = 2 \times 47 = 94$$

e

$$|S_n| = |C|^n = 94^n.$$

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{\text{T.50}}{=} |\{0, 1\}| |T| = 2 \times 47 = 94$$

e

$$|S_n| = |C|^n = 94^n.$$

Então, para ter

$$|S_n| > 86400,$$

precisamos ter

$$94^n > 86400,$$

ou seja

Exercício 152

a) Como

$$C \sim \{0, 1\} \times T,$$

então (C. 42),

$$|C| = |\{0, 1\} \times T| \stackrel{T.50}{=} |\{0, 1\}| |T| = 2 \times 47 = 94$$

e

$$|S_n| = |C|^n = 94^n.$$

Então, para ter

$$|S_n| > 86400,$$

precisamos ter

$$94^n > 86400,$$

ou seja

$$n \lg 94 > \lg 86400,$$

Exercício 152

a) ... ou seja

$$n > \frac{\lg 86400}{\lg 94},$$

Exercício 152

a) ... ou seja

$$n > \frac{\lg 86400}{\lg 94},$$

e portanto,

$$n = \left\lceil \frac{\lg 86400}{\lg 94} \right\rceil.$$

Exercício 152

a) ...

Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg 86400}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$16 < \lg 86400 < 17,$$

$$6 < \lg 94 < 7,$$

Exercício 152

a) ...

Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg 86400}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\begin{array}{rcl} 16 & < \lg 86400 < & 17, \\ 6 & < \lg 94 < & 7, \end{array}$$

então

$$2 < \frac{16}{7} < \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{17}{6} < 3.$$

Exercício 152

a) ...

Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg 86400}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\begin{array}{rcccl} 16 & < & \lg 86400 & < & 17, \\ 6 & < & \lg 94 & < & 7, \end{array}$$

então

$$2 < \frac{16}{7} < \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{17}{6} < 3.$$

e então

$$\left\lceil \frac{\lg 86400}{\lg 94} \right\rceil = 3.$$

Exercício 152

- b) Se o sistema atacante for um milhão (10^6) de vezes mais rápido, o número de tentativas num dia será um milhão de vezes maior,

Exercício 152

- b) Se o sistema atacante for um milhão (10^6) de vezes mais rápido, o número de tentativas num dia será um milhão de vezes maior, precisamos de

$$|S_n| > 10^6 \times 86400,$$

Exercício 152

- b) Se o sistema atacante for um milhão (10^6) de vezes mais rápido, o número de tentativas num dia será um milhão de vezes maior, precisamos de

$$|S_n| > 10^6 \times 86400,$$

ou seja

$$94^n > 10^6 \times 86400,$$

Exercício 152

- b) Se o sistema atacante for um milhão (10^6) de vezes mais rápido, o número de tentativas num dia será um milhão de vezes maior, precisamos de

$$|S_n| > 10^6 \times 86400,$$

ou seja

$$94^n > 10^6 \times 86400,$$

ou seja

$$n = \left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil.$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} =$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} =$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

e

$$< \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94} <$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

e

$$\frac{19}{7} + \frac{16}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{20}{6} + \frac{17}{6}$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

e

$$\frac{35}{7} = \frac{19}{7} + \frac{16}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{20}{6} + \frac{17}{6} = \frac{37}{6}$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

e

$$5 = \frac{35}{7} = \frac{19}{7} + \frac{16}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{20}{6} + \frac{17}{6} = \frac{37}{6} < 7$$

Exercício 152

b) ... Para estimar o valor de $\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil$, observe que

$$\frac{\lg(10^6 \cdot 86400)}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6 + \lg 86400}{\lg 94} = \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94}$$

e

$$19 < \lg 10^6 < 20,$$

então

$$\frac{19}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} < \frac{20}{6}$$

e

$$5 = \frac{35}{7} = \frac{19}{7} + \frac{16}{7} < \frac{\lg 10^6}{\lg 94} + \frac{\lg 86400}{\lg 94} < \frac{20}{6} + \frac{17}{6} = \frac{37}{6} < 7$$

e portanto

$$\left\lceil \frac{\lg(10^6 \times 86400)}{\lg 94} \right\rceil = 6.$$