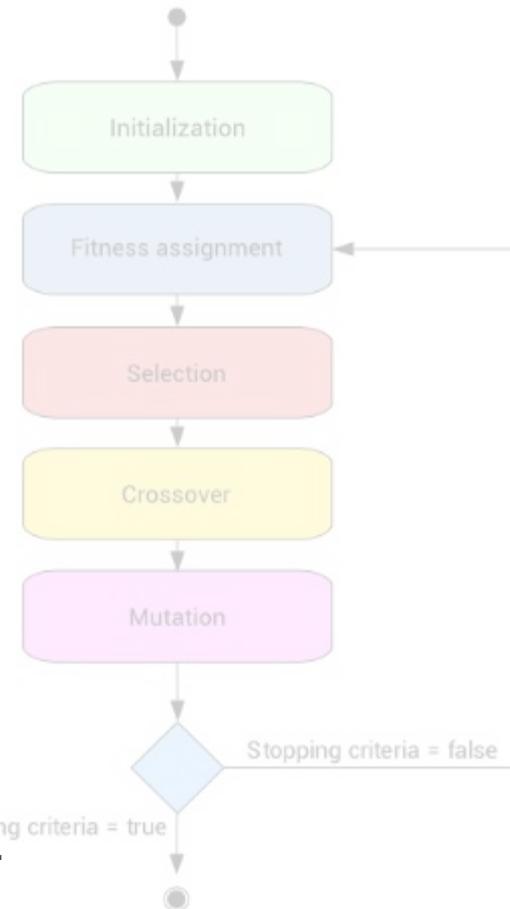
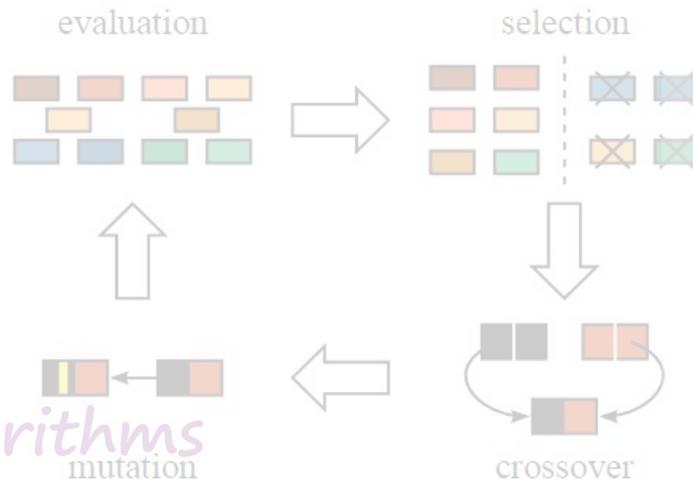
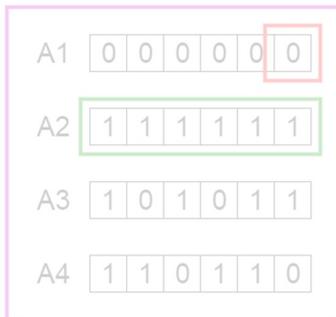


Algoritmos Genéticos



Genetic Algorithms
mutation



Gene

Chromosome

Population



David Menotti

www.inf.ufpr.br/menotti/ci171-182

Hoje

- Algoritmos Genéticos

Objetivos

- Introduzir os principais conceitos dos **algoritmos genéticos**
 - SOGA (Single-Objective GA)
 - MOGA (Multi-Objective GA)
- Entender como e por que eles funcionam.
- Vislumbrar possíveis aplicações de otimização usando AG.

Introdução

- Primeiros trabalhos datam da década de 50.
 - A. Frazer (1957)
- John Holland (Pai dos AGs)
 - *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (1975)
- David Goldberg (aluno de Holland)
 - *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning* (1989)
- Lawrence Davis
 - Handbook of Genetic Algorithms

Principais Conceitos

- Baseado na evolução natural.
- População de indivíduos, também chamados de cromossomos.
 - Soluções potenciais.
- Um gene do cromossomo geralmente corresponde à uma variável do problema.
 - Representações binária e real.

Algoritmo Básico

Início

$t \leftarrow 0$

Inicializar População(t)

Enquanto (condição de terminação não for satisfeita)

$t \leftarrow t + 1$

Seleciona População(t) de População($t - 1$)

Cruzamento População(t)

Mutação População(t)

Avaliação População(t)

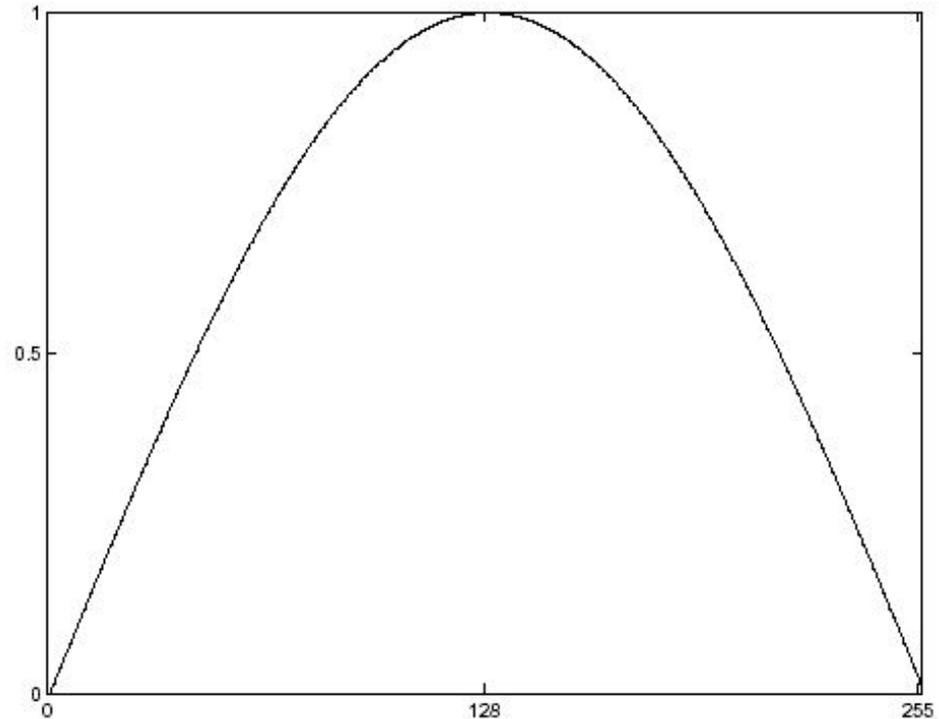
Fim

Fim

Um Exemplo

- Encontrar o valor de x que maximize a função:

$$f(x) = \sin(\pi x / 256)$$
$$0 \leq x \leq 255$$



Representando o Problema

- Esse problema contém uma única variável (x), a qual pode assumir valores entre 0 e 255.
- Utilizando uma codificação binária, a variável x pode ser codificada em uma string de 8 bits:
 - 00000000 \rightarrow 0.
 - 11111111 \rightarrow 255.

Determinando a População Inicial

- Nesse exemplo usaremos uma população de 8 indivíduos, inicializados aleatoriamente.

<u>Indivíduos</u>
10111101
11011000
01100011
11101100
10101110
01001010
00100011
00110101

Fitness da População Inicial

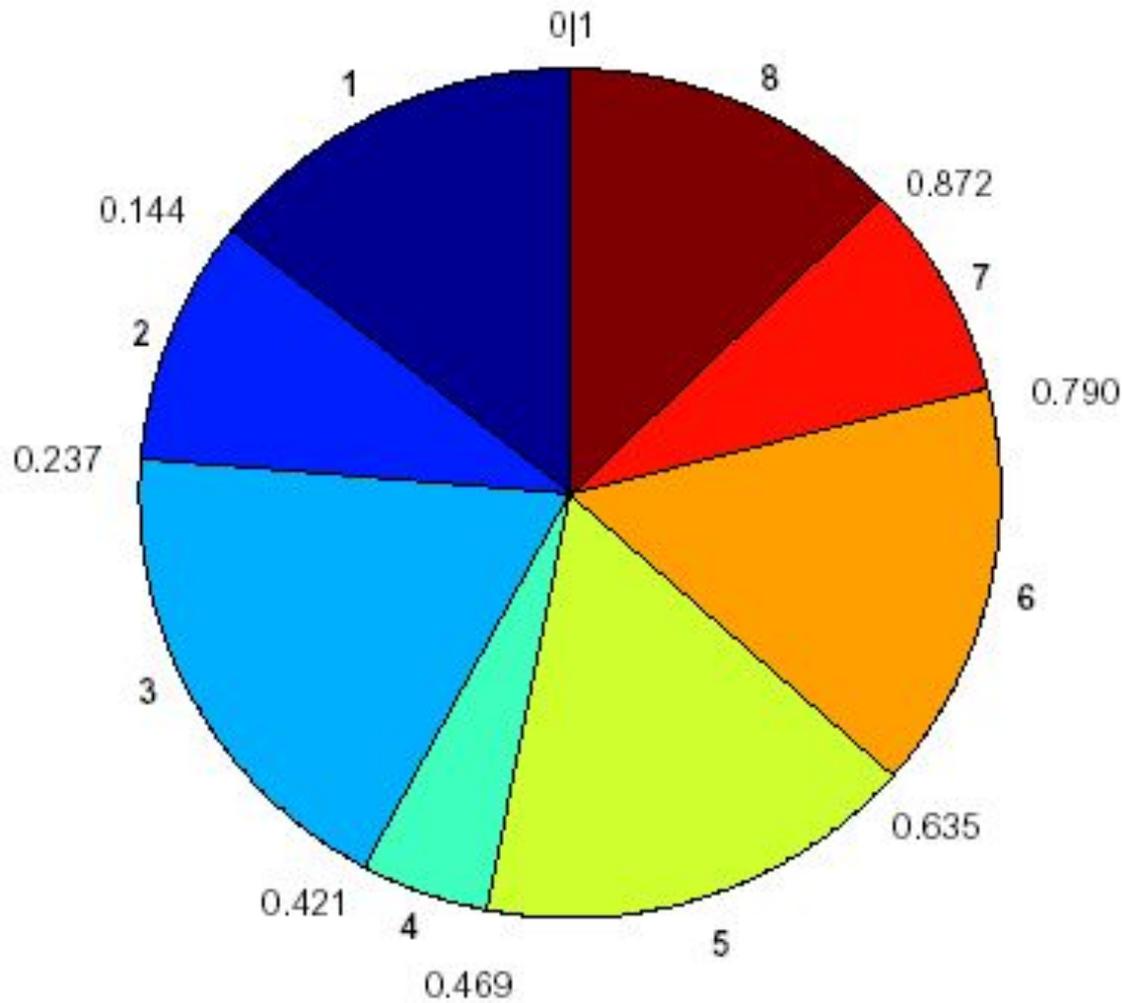
Indivíduos	x	$f(x)$	f_{norm}	f_{acm}
10111101	189	0.733	0.144	0.144
11011000	216	0.471	0.093	0.237
01100011	99	0.937	0.184	0.421
11101100	236	0.243	0.048	0.469
10101110	174	0.845	0.166	0.635
01001010	75	0.788	0.155	0.790
00100011	35	0.416	0.082	0.872
00110101	53	0.650	0.128	1.000

$$f(x) = \sin(\pi x / 256)$$

Reprodução

- Após o cálculo da fitness acontece a reprodução.
 - Gerar uma nova população com o mesmo número de indivíduos.
- Processo estocástico que leva em consideração a fitness normalizada.
 - Indivíduos ruins também tem chance de reproduzir (probabilidade baixa).

Roleta



As porções maiores tem mais chances de serem selecionadas, porem as menores também tem chances (reduzidas, é claro).

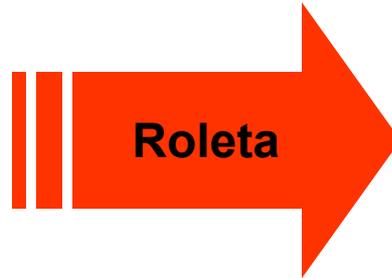
Reprodução

- Rodamos a roleta oito vezes.
 - Se o número cair entre 0 e 0.144, o indivíduo selecionado é o 1, e assim por diante.
- Número gerados aleatoriamente:
 - 0.293, 0.971, 0.160, 0.169, 0.664, 0.568, 0.371, 0.109
- Indivíduos selecionados:
 - 3, 8, 2, 5, 6, 5, 3, 1

População Reproduzida.

População Inicial

Indivíduos
10111101
11011000
01100011
11101100
10101110
01001010
00100011
00110101



Indivíduos Reproduzidos

Índice	Indivíduos
3	01100011
8	00110101
2	11011000
5	10101110
6	01001010
5	10101110
3	01100011
1	10111101

Nesse caso, os piores indivíduos (7 e 4) não foram selecionadas para compor a nova população.

Cruzamento

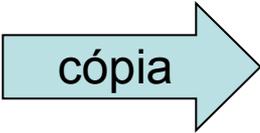
- Após a reprodução da população, a mesma sofre duas operações genéticas:
 - Cruzamento e Mutação.
- Cruzamento troca porções de strings de dois indivíduos pais.
 - O filho terá alguns genes do pai e alguns da mãe.
- O cruzamento é baseado em uma probabilidade que indica quantos indivíduos sofreram cruzamento.

$$P_c = 0.75 \quad \longrightarrow \quad (8 \times 0.75 = 6)$$

Cruzamento

- Sendo assim, 3 pares de indivíduos serão selecionados aleatoriamente e o restante será simplesmente copiado para a nova população.
- Por uma questão de simplicidade, selecionamos os 6 primeiros indivíduos para o cruzamento.

Cruzamento

Pontos de Cruzamento	Indivíduos após o cruzamento	Fitness
<pre> 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 1 </pre>	<pre> 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 1 </pre>	<p>0.993 (119)</p> <p>0.41 (35)</p>
<pre> 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 </pre>	<pre> 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 </pre>	<p>0.88 (168)</p> <p>0.40 (222)</p>
<pre> 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 </pre>	<pre> 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 </pre>	<p>0.992 (138)</p> <p>0.97 (110)</p>
<pre> 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 </pre>	<p> cópia</p> <pre> 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 </pre>	<p>0.93 (99)</p> <p>0.73 (189)</p>
		75%

Mutação

- Evitar a convergência prematura do algoritmo.
 - Taxas de mutação entre 0.1 e 1% são geralmente utilizadas.
 - Altas taxas de mutação faz com que o AG explore diferentes áreas do espaço.
 - Geralmente inicia-se com taxas de mutação mais elevadas e diminuí-se conforme o algoritmo converge.

Mutação.

Indivíduos após o
cruzamento

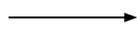
Fitness

0 1 1 1 0 1 1 1
0 0 1 0 0 0 1 1
1 0 1 0 1 0 0 0
1 1 0 1 1 1 1 0
0 1 1 0 1 1 1 0
1 0 1 0 1 0 1 0
0 1 1 0 0 0 1 1
1 0 1 1 1 1 0 1

0.993 (119)
0.41 (35)
0.88 (168)
0.40 (222)
0.992 (138)
0.97 (110)
0.34 (227)
0.73 (189)

1 1 1 0 0 0 1 1

Bit Selecionado
Aleatoriamente
 $P_m = 1/64$



0

Nova População

População Inicial	Fitness	População Intermediária	Fitness
0 1 1 0 0 0 1 1	0.73	0 1 1 1 0 1 1 1	0.993
0 0 1 1 0 1 1 1	0.47	0 0 1 0 0 0 1 1	0.41
1 1 0 1 1 0 0 0	0.93	1 0 1 0 1 0 0 0	0.88
1 0 1 0 1 1 1 0	0.24	1 1 0 1 1 1 1 0	0.40
0 1 0 0 1 0 1 0	0.84	0 1 1 0 1 1 1 0	0.992
1 0 1 0 1 1 1 0	0.78	1 0 1 0 1 0 1 0	0.97
0 1 1 0 0 0 1 1	0.41	1 1 1 0 0 0 1 1	0.34
1 0 1 1 1 1 0 1	0.65	1 0 1 1 1 1 0 1	0.73

A nova população (que dá início a segunda geração do algoritmo) deve ser do tamanho da população inicial, ou seja, 8 indivíduos.

Nova População

- Estratégias mais comuns para selecionar a nova população:
 - Roleta
 - Processo estocástico, onde o melhor indivíduo pode ser perdido
 - Somente a população intermediária
 - Ranking
 - Garante o melhor indivíduo na próxima população
 - **Estratégia Elitista**

Nova População

- Utilizando a estratégia de ranking, a nova população seria:

0 1 1 0 0 0 1 1 0.73	0 1 1 1 0 1 1 1 0.993	0 1 1 1 0 1 1 1
0 0 1 1 0 1 1 1 0.47	0 0 1 0 0 0 1 1 0.41	0 1 1 0 1 1 1 0
1 1 0 1 1 0 0 0 0.93	1 0 1 0 1 0 0 0 0.88	1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 1 1 1 0 0.24	1 1 0 1 1 1 1 0 0.40	1 1 0 1 1 0 0 0
0 1 0 0 1 0 1 0 0.84	0 1 1 0 1 1 1 0 0.992	1 0 1 0 1 0 0 0
1 0 1 0 1 1 1 0 0.78	1 0 1 0 1 0 1 0 0.97	0 1 0 0 1 0 1 0
0 1 1 0 0 0 1 1 0.41	1 1 1 0 0 0 1 1 0.34	1 0 1 0 1 1 1 0
1 0 1 1 1 1 0 1 0.65	1 0 1 1 1 1 0 1 0.73	1 0 1 1 1 1 0 1

Exercício

- Encontrar o valor máximo de x^2 em $\{0, 1, \dots, 31\}$.
- Utilizar.
 - Representação binária, ex: $01101 = 13$.
 - População de 4 indivíduos.
 - Crossover de 1 ponto (Roleta Russa).
 - Probabilidade de Mutação = $1/20$.
 - Probabilidade Cruzamento = 0.8% .
 - Ranking para a nova população.
- Fazer duas gerações.

Exercício II

- Resolva o mesmo exercício mas utilizando uma população de 8 indivíduos.
 - Quais impactos você pode observar?

Algumas Considerações

- Representação de Variáveis
- População: Tamanho e Inicialização
- Operador de Cruzamento
- Operador de Mutação
- Seleção

Representação de Variáveis

- AGs foram concebidos inicialmente para resolver problemas em representação binária
 - Exemplo anterior (Arranjos binários de tamanho fixo).
- Motivação
 - *Schemata Theory*
 - Maximizar o paralelismo implícito dos AGs
 - Fácil implementação e visualização dos problemas

Paralelismo Implícito

- Cada indivíduo da população existe como um ente isolado e é avaliado de forma independente.
- Implementação paralela
 - Cada processo avalia um indivíduo da população.
 - *Cluster computing*: Solução barata e eficaz.

Representação de Variáveis

- No nosso exemplo, a representação que maximiza é 10000000 ($x = 128$).
- A representação de 127 é 01111111
- Como podemos notar, para uma pequena variação do valor de x , todos os bits da string devem ser modificados.
 - Para uma pequena mudança no valor real, uma grande mudança no valor binário.

Representação de Variáveis

- Esse tipo de situação não é o ideal.
 - Torna a busca mais lenta.
- Suponha que os limites da variável x sejam [2.500-2.600]
 - Três casas de precisão.
 - String binária de 12 posições
- Agora considere que o problema possui 100 variáveis.

Representação de Variáveis

- Isso nos levaria a uma string binária de 1200 posições.
- Impactos:
 - Quanto maior o tamanho da string, maior deve ser a população
 - Consequentemente, a complexidade computacional aumenta.
- Melhor empregar uma codificação real
 - Diferentes operadores de cruzamento e mutação.

População

- Tamanho da população tem relação direta com o espaço de busca.
 - Quanto maior a população, maior será a busca realizada pelo algoritmo.
- População pode variar de 20 a 200
 - Depende da complexidade do problema em questão.

Inicialização

- Geralmente a população é inicializada de maneira estocástica.
- Em alguns casos é interessante inserir alguns indivíduos conhecidos.
- Faz com que o algoritmo procure em regiões promissoras
 - Melhor tempo de convergência.

Operador de Cruzamento

- Cria novos indivíduos através da combinação de dois ou mais indivíduos.
 - Idéia
- >>> Troca de informações entre informações candidatas <<<<
 - O melhor de dois indivíduos **pode** ser combinado.
- Operador mais utilizado é o de 1 ponto.
 - Similar ao que vimos anteriormente mas somente com um ponto de corte.

Operador de Cruzamento

- Cruzamento Uniforme
 - Para cada bit dos filhos, é decidido com uma probabilidade p , qual pai vai contribuir para aquela posição.
 - Troca bits e não segmentos de bits.
- Qual utilizar??
 - Geralmente o operador depende do problema

Operador de Cruzamento

- Os operadores vistos até então também podem ser aplicados em codificações com ponto flutuante.
- Entretanto, alguns operadores têm sido especialmente usados para esse problemas:
 - Cruzamento aritmético
 - Combinação linear de dois cromossomos:

Operador de Cruzamento

- Dois indivíduos selecionados x_1 e x_2
- Os filhos resultantes serão:

$$x'_1 = ax_1 + (1 - a)x_2$$

$$x'_2 = (1 - a)x_1 + ax_2$$

Onde a é um número aleatório no intervalo $[0,1]$

- Interessante para problemas de otimização com restrições onde a região factível é convexa.
- Isso porque se x_1 e x_2 pertencem a região factível, os filhos também pertencerão.

Operador de Mutação

- Idéia
 - >>> Criar variabilidade na população mas sem destruir o progresso já obtido na busca <<<
- Geralmente aplica-se taxas de mutação maiores no início da busca
 - Busca global (*Exploration*)
- A medida que o algoritmo evolui, a taxa é decrescida
 - Busca local (*Exploitation*)

Operador de Mutação

- Qual é o impacto de utilizar altas taxas de mutação durante todo o processo?
- O AG ainda é eficiente?

Operador de Mutação

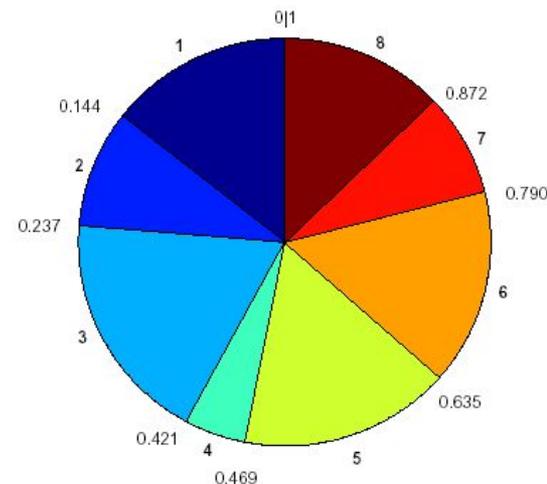
- Codificação com ponto flutuante:
 - Mutação uniforme
 - Seleciona um gene do cromossomo aleatoriamente e atribui um número aleatório com distribuição de probabilidade uniforme amostrado no intervalo [UB-LB].
 - >> Somente um gene é modificado <<

Operador de Mutação

- Codificação com ponto flutuante:
 - Mutação Gaussiana
 - Todos os genes do cromossomo são modificados na forma $x' = x + N(0, \sigma)$ onde $N(0, \sigma)$ é o vetor de variáveis aleatórias Gaussianas independentes com média zero e desvio padrão σ

Seleção

- Método mais empregado
 - Roleta: Quanto maior a fitness, maior a probabilidade dele passar para a próxima geração.
 - Entretanto, pode acontecer que o melhor indivíduo não seja selecionado.
 - Processo estocástico.
 - Similar a natureza
 - Nem sempre o mais forte sobrevive



Seleção

- Seleção Elitista
 - Garante que o melhor indivíduo vai estar presente na próxima geração.
- Ranking
 - Ordena os indivíduos pela *fitness* e seleciona os melhores para a próxima solução
 - Garante o elitismo
 - >>> **Menor diversidade** <<<

Porque Funciona

- Como vimos até agora, o funcionamento dos AGs envolvem basicamente cópia e troca de porções de strings, e alterações de bits.
- Teorema que explica o funcionamento
 - *Schema Theorem*
 - Permite a se referir de uma forma compacta às similaridades dos cromossomos.

Porque Funciona

- Esquema (*schema*; plural *schemata*)
 - Template para descrever os cromossomos
 - Ex: *1 serve para 01 11. Ou seja, 01 e 11 são instâncias de *1
 - Melhores esquemas tendem a perpetuarem-se através das gerações.
 - Os esquemas que servem como base para a construção de futuras gerações são chamados de *building blocks*

AGs Multi-Objetivos

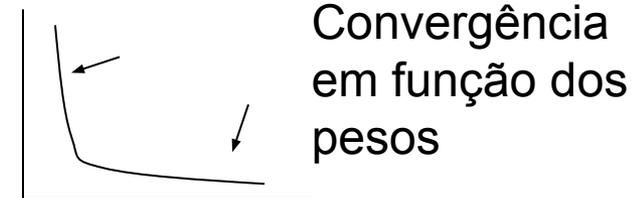
- Em muitos problemas do mundo real, várias funções de objetivos devem ser atualizadas ao mesmo tempo.
 - Ex: custo e conforto.
- A função de fitness $F(x)$ não é dada somente por uma função f mas sim por várias f_i .
- Geralmente um processo de **escala** deve ser utilizado, pois geralmente as funções não apresentam resultados na mesma escala.
 - Custo em reais
 - Conforto por algum índice específico.

AGs Multi-Objetivos

- Além disso, precisamos combinar os objetivos em um único valor de fitness $F(x)$

$$F(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i f_i(x)$$

- Onde ω_i é o peso atribuído para cada objetivo.
- Problema: **Convergência prematura em função dos pesos escolhidos**



Dominância

- Em um problema multi-objetivos as soluções podem ser expressas em termos de pontos dominantes ou superiores.
- Em um problema de minimização
 - x_1 é parcialmente menor que x_2 quando nenhum valor de x_2 for menor que x_1 e pelo menos um valor de x_2 é maior que x_1
 - Se x_1 é parcialmente menor x_2 , então x_1 **domina** x_2

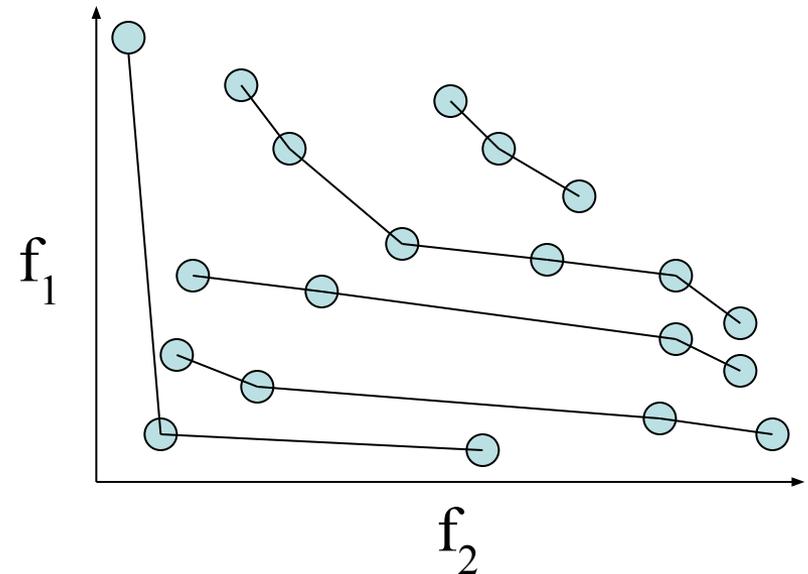
Dominância

- A idéia é utilizar esse conceito para determinar a probabilidade de reprodução dos indivíduos.
- Ou seja, ao invés de utilizarmos diretamente o valor da fitness, utilizamos o conceito de dominância.
 - Os dominantes têm mais chances de se reproduzir.
- As soluções ótimas são as soluções não dominadas, também conhecidas como **Pareto-ótimas**.

$$\forall i \in \{1, 2\} : f_i(x^{(1)}) \leq f_i(x^{(2)}) \quad \wedge$$
$$\exists j \in \{1, 2\} : f_j(x^{(1)}) < f_j(x^{(2)})$$

Ranking by Fronts

- Atribuir *rank* 1 para os indivíduos não dominados,
- Removê-los da população.
- Encontrar novos indivíduos não dominados,
- Atribuir *rank* 2,
- E assim por diante...

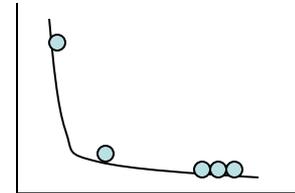


Ranking by Fronts

- Essa estratégia fornece aos indivíduos do mesmo ranking um mesmo valor de fitness.
- Porém não garante que o Pareto seja uniformemente distribuído.
- Quando existem várias soluções ótimas, a população tende a convergir somente para uma delas.
 - Isso deve-se a erros estocásticos no processo de seleção (*Genetic Drift*)

Mantendo a Diversidade (Sharing)

- Como evitar esse tipo de problema?
 - Compartilhar o valor de alguns indivíduos.
- Quais?
 - Aqueles pertencentes ao nichos mais populosos.
- Desta maneira, aqueles pertencentes a nichos menos populosos, também terão chances.



Diversidade

- A intenção do compartilhamento é criar diversidade evitando assim a convergência prematura para algum ponto do espaço de busca.

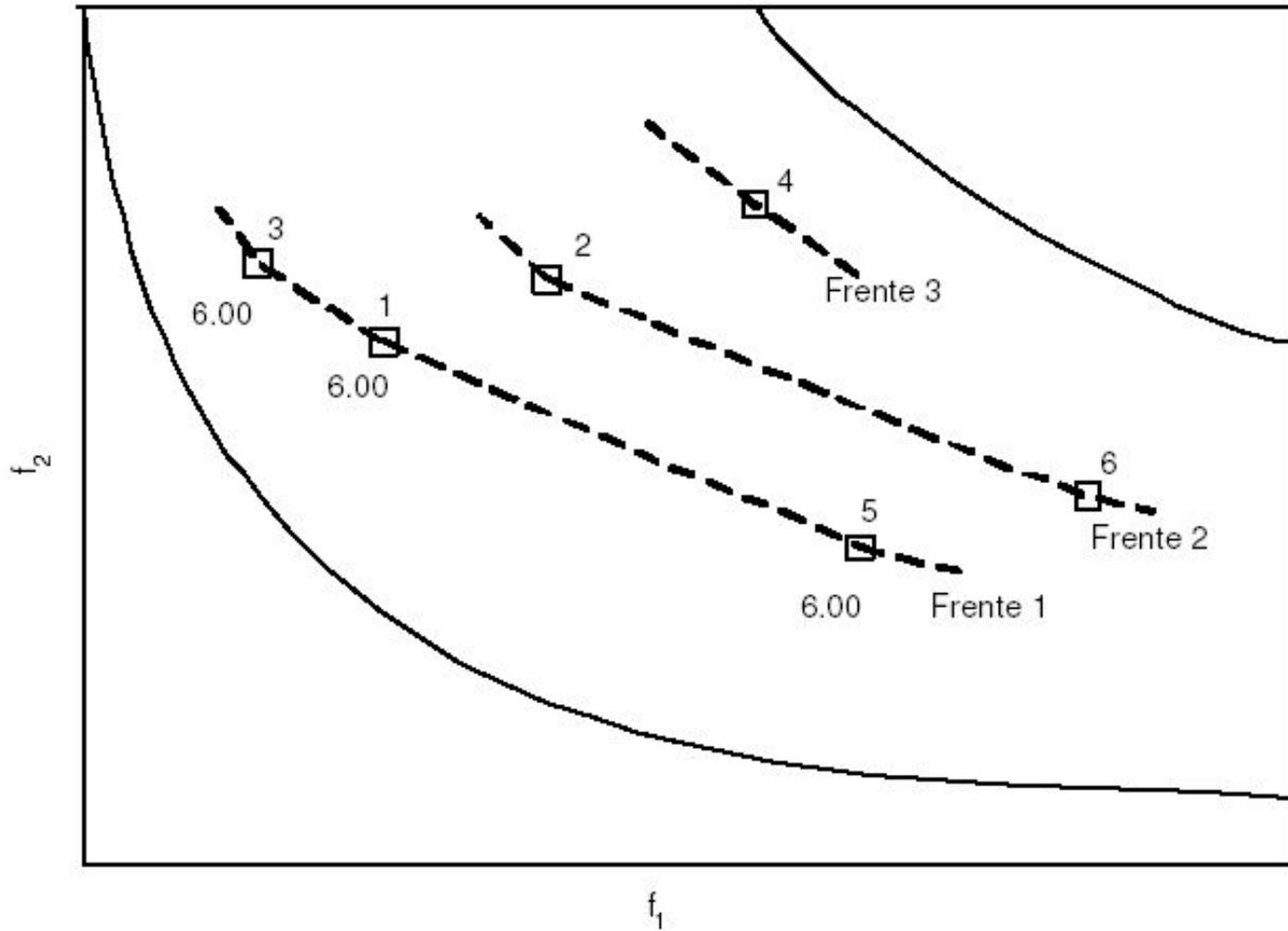
Non-Dominated Sorting GA (NSGA)

- Um dos algoritmos propostos para otimização multi-objetivos
 - [Srinivas&Deb 95].
 - Utiliza o conceito de *ranking* apresentado anteriormente.
 - Difere do GA clássico somente na maneira em que os indivíduos são selecionados
 - Operador de Seleção.

NSGA

- A seleção é realizada com base na não-dominância
 - Todos os indivíduos da primeira frente (rank 1) recebem a mesma fitness (dummy fitness)
 - Isso garante a mesma chance de reprodução para todos os indivíduos.

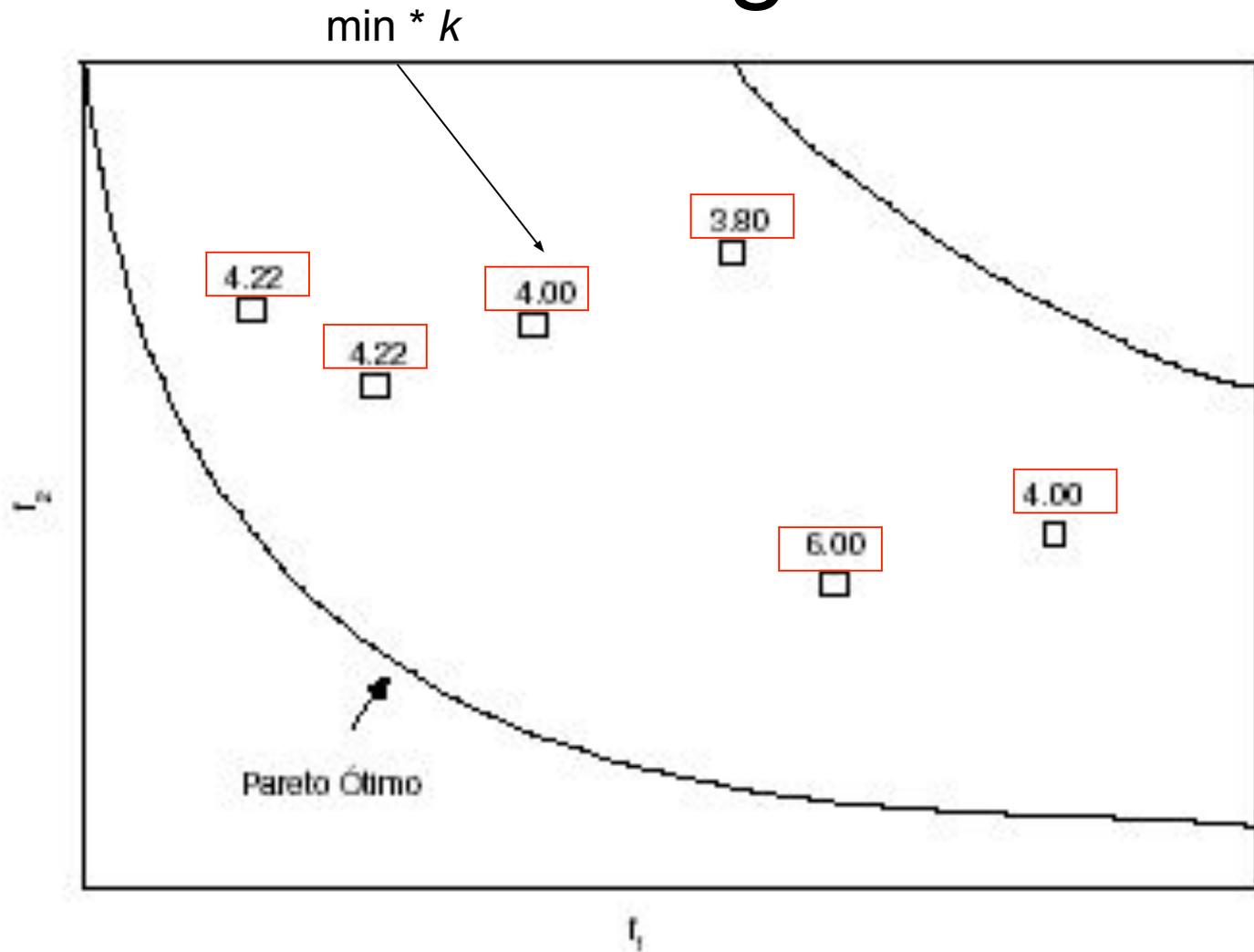
Ordenação



Diversidade (Sharing)

- Diversidade
 - É mantida através do compartilhamento da fitness daqueles indivíduos mais próximos
 - Que fazem parte do mesmo nicho.
 - Após o compartilhamento, os indivíduos são ignorados e o restante da população é processado da mesma maneira.

Sharing



dummy fitness

NSGA

- A população é reproduzida de acordo com o valor das *dummy fitness*, através de qualquer método de seleção visto anteriormente
 - Roleta russa, ranking, etc...
- >>> **Converte n objetivos em um simples valor de fitness** <<<
- Resolve os problemas de escala e sensibilidade em direção dos pesos.

Exercício

- Faça o “ranking by fronts” dos seguintes pontos e identifique quais os pontos que devem ter suas *fitness* compartilhadas.
 - Critério de compartilhamento:
 - $De(X1,X2) > 0.3$

ISC	Vendas	ISC	Vendas
7	1000	3,1	4000
6	3800	2,1	5000
5	1100	1,2	6000
4,5	1900	1,1	6500
4	5500	1,2	6800
3	2000		

Aplicações

- Os AGs são utilizados para resolver um grande gama de problemas.
 - Problemas difíceis
 - Espaços de busca mal-compreendidos.
 - Funções desconhecidas e descontínuas.
- Foco principal em problemas de otimização.

Exemplo Prático

- Data Mining: Minerar uma grande base de dados para identificar o perfil dos consumidores.
 - Os indivíduos podem representar regras de previsão.
 - A *fitness* mede a quantidade de regras associadas com os indivíduos.
- Exemplo:
 - Representar uma regras para prever quando um cliente comprará um produto oferecido a ele.
 - (idade < 18) e (produto = videogame)

Exemplo Prático

- Os fatores que podem ser medidos:
 - Número de tuplas selecionadas na base de dados.
 - Generalidade: número de tuplas coberta pela regra
 - Múltiplos objetivos poderiam ser utilizados utilizando NSGA por exemplo.

Exemplo Prático

- Nesse contexto, o cruzamento poderia funcionar da seguinte maneira:

Antes do cruzamento:

```
(idade < 18)(produto = videogame)      |(sexo=F)  
(idade < 35)(produto = liquidificador)|(sexo=M)
```

Após o cruzamento:

```
(idade < 18)(produto = videogame)      (sexo=M)  
(idade < 35)(produto = liquidificador)(sexo=F)
```

Exemplo Prático

- A mutação, mudando um gene por exemplo:

Antes da mutação:

```
(idade < 18) (produto = liquidificador) (sexo=M)
```

Após a mutação:

```
(idade < 18) (produto = videogame)      (sexo=M)
```

Exemplo Prático

- Calculando a fitness

`(idade > 65) (produto = videogame) (sexo=F) (compra=SIM)`



`(idade < 18) (produto = videogame) (sexo=M) (compra=SIM)`



Exercício

- Como esse exemplo poderia ser codificado utilizando uma string binária?

Exercício

- Considere o exercício com a população de 8 indivíduos de dimensão cinco.
 - Suponha que o objetivo agora seja encontrar o máximo valor de $f(x)$, mas ao mesmo tempo minimizar o número de dígitos 1 no cromossomo.
 - Utilize o AG multi-objetivo.
 - Compartilhe a dummy-fitness quando
 - $De(x_1, x_2) < 5$
 - Divida a dummy fitness pelo numero de elementos no nicho.

Laboratório

- <http://homepage.sunrise.ch/homepage/pglaus/gentore.htm>
 - Fractal
- <http://www-cse.uta.edu/~cook/ai1/lectures/applets/gatasp/TSP.html>
 - Caixeiro viajante - applet java
- <http://math.hws.edu/xJava/GA/>
 - Applet de um mundo artificial
- http://userweb.elec.gla.ac.uk/y/yunli/ga_demo/
 - Simulador de AG.
- Programa executável disponível na página do curso.



Referências