

Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Bacharelado em Informática Biomédica

Representação

David Menotti

www.inf.ufpr.br/menotti/ci171-182

Representação

Agenda

- Introdução
- Extraindo Representações de Imagens
 - Estatísticas
 - Estruturais (dígitos)
 - Textura

Objetivos

- Entender os conceitos de padrões (formas).
- O que são características e por que elas são importantes.
- Introdução a percepção
- Apresentar diferentes tipos de características.

Padrões

- A facilidade com que nós humanos classificamos e interpretamos os padrões que nos cercam dão a falsa idéia de que é fácil automatizar tal processo.
- Como reconhecemos um determinado padrão?
 - Mesmo sem perceber, extraímos suas características relevantes.

Características

- Qualquer medida que se possa extrair de um determinado objeto.
 - Simbólicas
 - Numéricas contínuas.
 - Numéricas binárias.

Características (cont)

- Exemplo de característica **simbólica**:
 - Cor do objeto.
- Exemplo de característica numérica **contínua**.
 - Peso do objeto.
- Característica numérica **binária**.
 - Determinam a presença ou ausência de uma determinada característica.

Características (cont)

- Objetivo: Caracterizar um objeto através de medidas, as quais são bastante *similares para objetos da mesma classe*, e bastante *diferentes para objetos de outras classes*.
 - **Características discriminantes e invariantes.**

Características (cont)

- Globais
 - Extrair características de uma maneira holística.
 - Maneira como os humanos reconhecem objetos
 - Gestalt (Percepção)
- Locais
 - Segmentar em partes menores para então extrair características.

Percepção

- Processo de adquirir, interpretar, selecionar e organizar informações sensoriais.
- Gestalt
 - Enfatiza o todo
 - Processo de reconhecimento se dá pelas propriedades globais (holístico) e não pelas partes.
 - Baseia-se em princípios tais como
 - Emergência, Construtivismo, Invariância

Gestalt



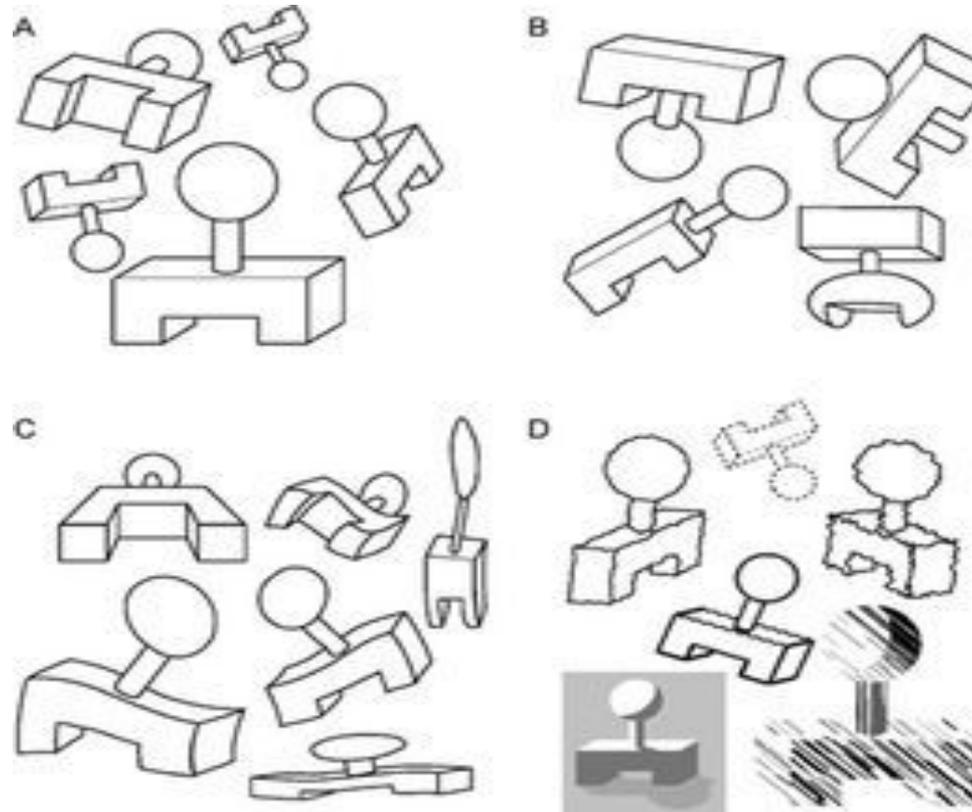
- Emergência
 - Prova de que reconhecemos a partir do todo e não por partes.

Gestalt



- Construtivismo
 - Conseguimos identificar características não presentes a partir da percepção de características presentes.

Gestalt



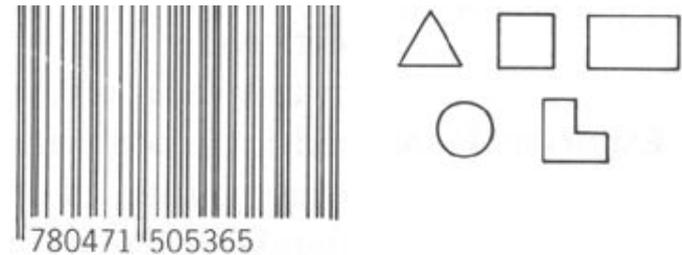
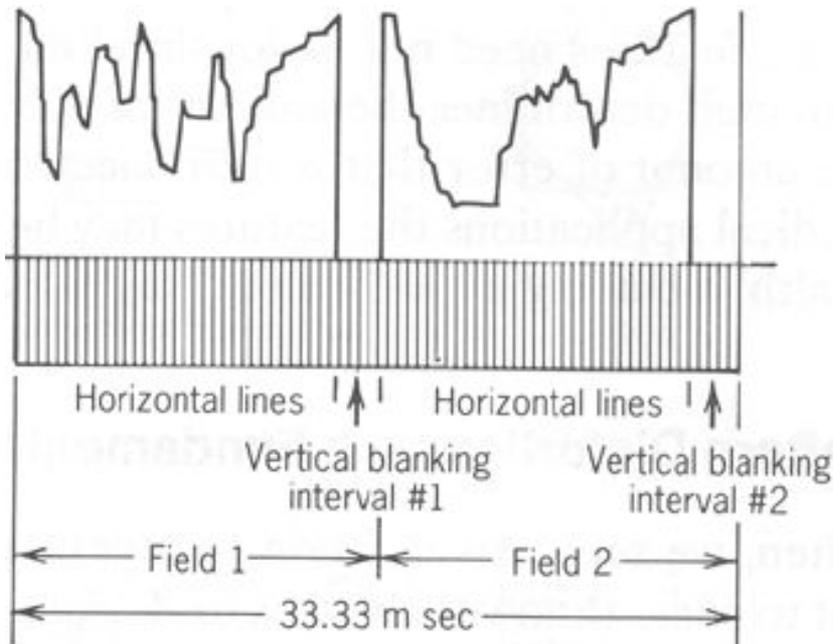
- Invariância
 - Objetos são reconhecidos independentemente de rotação, translação, escala e ruído.

Holístico X Local

- Muitas vezes características globais, como as defendida pela Gestalt, não apresentam desempenho satisfatório.
- Nesses casos, características locais se tornam bastante interessantes.

Padrões

- A maioria das coisas que nos cerca podem ser definidas como **padrões**.



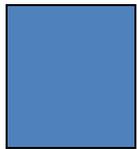
5420

Características

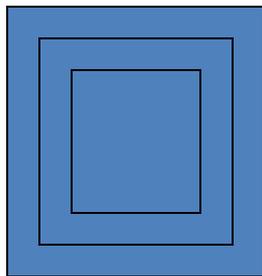
- No nosso exemplo dos peixes:
 - Devemos procurar características invariantes a rotação e translação.
 - Não sabemos como o peixe estará posicionado na esteira.
 - Tamanho é uma boa característica?
 - Não, pois um salmão jovem é menor que um salmão adulto, mas continua salmão (**escala**).

Características (cont)

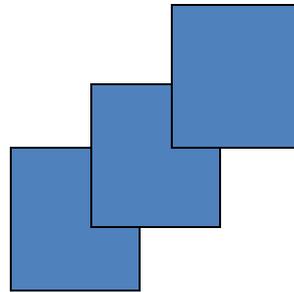
- Então que tipo de características deveríamos empregar?
 - Características ligadas a **cor** e **textura** geralmente são invariantes a rotação e translação.



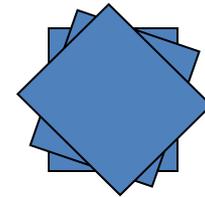
Padrão



Padrão dilatado



Translação



Rotação

Características Estatísticas

- Geralmente extraem coeficientes estatísticos do padrão como um todo. Entre elas podemos citar
 - *Templates*
 - Momentos de
 - Hu (invariante a rotação, translação e escala)
 - Zernike (invariante a rotação)
 - Fourier / Wavelet
 - PCA (*Principal Component Analysis*)
 - Correlação

Template Matching

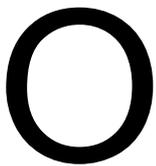
- Usa as características de mais baixo nível conhecidas
 - Pixel
- O processo é simples e funciona quando os padrões são bem comportados.
- Basicamente consiste em
 - Criar um *template* para cada classe do problema em questão.
 - Comparar o exemplo de teste com todos os *templates* disponíveis.

Template Matching

- Aquele *template* que tiver a menor distância será a classe escolhida.
- Para padrões binários, uma medida bastante utilizada é a Distância de Hamming (número de bits diferentes).
- Por exemplo,
 - A distância entre **1011101** e **1001001** é 2
 - A distância entre **2143896** e **2233796** é 3
 - A distância entre **toned** e **roses** é 3
 - Uma distância mais interessante nesse caso é a Edit Distance.
 - Calcula o número de inserções, remoções ou substituições para transformar uma *string* em outra.
 - Procure por “processamento de cadeias de caracteres”

Template Matching

- Considerando duas imagens, o template matching consiste em comparar as duas pixel a pixel
 - Diferenças estruturais são perdidas



Template



Teste 1

2



Teste

Considerando a Distância de Hamming, qual seria o exemplo mais similar ao template?

Template Matching

- Ruídos devido aquisição
 - Aumentam a variabilidade, diminuindo assim a eficiência do *template matching*



Template Matching

- Uma outra forma de usar *template matching* consiste em fazer a comparação usando um esquema de zoneamento.
 - Enfatizar diferenças locais
- Uma variante do *template matching* é o *feature matching*.
 - Nesse caso, a comparação se dá no nível das características.

Momentos

- Momentos de HU:
 - Característica Global e Invariante
 - Medidas puramente estatísticas da distribuição dos pontos.
 - Considere a imagem binária de um objeto $M \times N$ onde $I(x,y)$ representa o estado do pixel (x,y) – preto ou branco.

Momentos

- Um **momento regular** de ordem $(p+q)$ é definido por:

$$m_{pq} = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M x^p y^q I(x, y), p, q = 0, 1, 2.$$

- O momento de ordem 0 (m_{00}) representa a superfície enquanto os momentos de ordem 1 (m_{01}) e (m_{10}) definem o centro da gravidade (x_g e y_g) da imagem.

$$x_g = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad e \quad y_g = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

Momentos

- Com o intuito de serem invariantes a rotação e translação, Hu definiu os momentos centrais n_{pq}

$$n_{pq} = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (x - x_g)^p (y - y_g)^q I(x, y), p, q = 0, 1, 2 \dots$$

- Os momentos centrais de ordem 2 permitem achar os eixos principais de inércia, os prolongamentos e as orientações da forma.

Momentos

- Para que os momentos sejam invariantes a escala, os mesmos devem ser normalizados pelo tamanho da imagem.

$$\mu_{pq} = \frac{n_{pq}}{m_{00}^{\gamma}} \text{ com } \gamma = \frac{p+q}{2} + 1$$

Finalmente, os momentos mais utilizados são os 7 momentos invariantes de HU, (de ordem 2 e 3):

Momentos

$$\Phi(1) = (\mu_{20} + \mu_{02})$$

$$\Phi(2) = (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2$$

$$\Phi(3) = (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2$$

$$\Phi(4) = (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2$$

$$\Phi(5) = (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] \\ + (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]$$

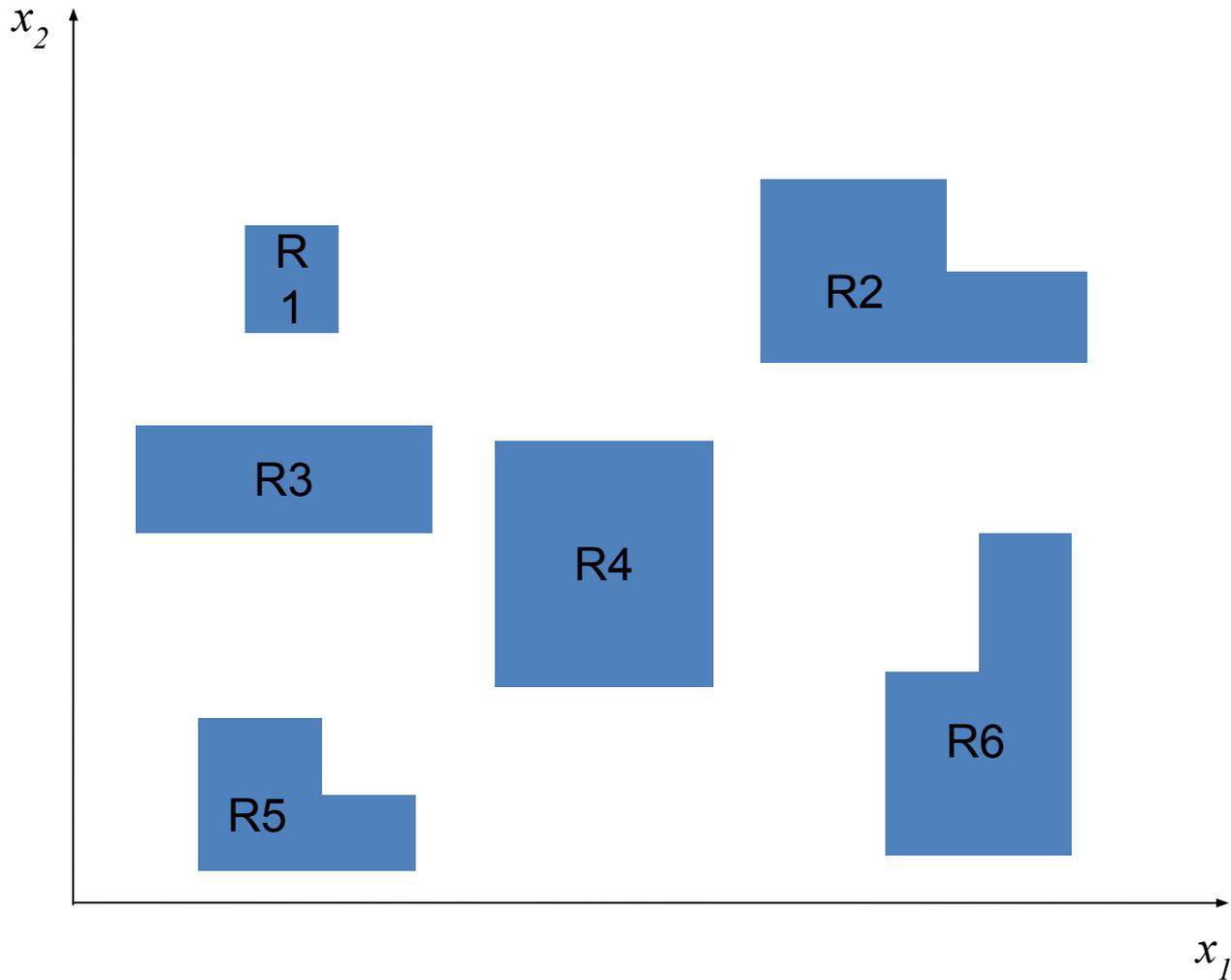
$$\Phi(6) = (\mu_{20} - \mu_{02})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + 4\mu_{11}(\mu_{30} + \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})$$

$$\Phi(7) = (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] \\ - (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]$$

Os sete momentos invariantes de HU

Um Exemplo

Momentos de HU



Um Exemplo

Momentos de HU

Momento	R1	R2	R3	R4	R5	R6
1	1.67E-01	1.94E-01	2.08E-01	1.67E-01	1.94E-01	1.94E-01
2	0.00E+00	6.53E-03	1.56E-02	0.00E+00	6.53E-03	6.53E-03
3	0.00E+00	1.02E-03	0.00E+00	0.00E+00	1.02E-03	1.02E-03
4	0.00E+00	4.56E+05	0.00E+00	0.00E+00	4.56E+05	4.56E+05
5	0.00E+00	4.25E-09	0.00E+00	0.00E+00	4.25E-09	4.25E-09
6	0.00E+00	1.70E+06	0.00E+00	0.00E+00	1.70E+06	1.70E+06
7	0.00E+00	8.85E+09	0.00E+00	0.00E+00	8.85E+09	-8.85E+09

R1 e R4, R2 e R5 são diferentes escalas do mesmo objeto
R6 é a versão rotacionada de R2 e R5

Um Exemplo

Momentos de HU

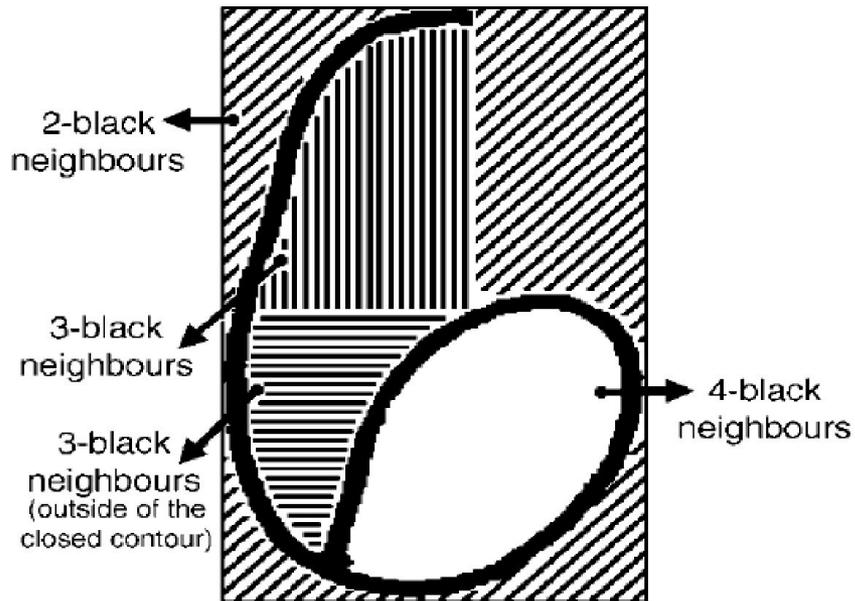
- Analisando os resultados:
 - Podemos verificar que os momentos são invariantes a rotação, translação e escala.
 - Note que R3 é o único objeto diferente, e portanto produz diferentes valores.

Características Estruturais

- Extraem informações da estrutura do padrão.
 - Concavidades
 - Contornos
 - Esqueleto
 - Perfil
 - Área, Distribuição
- Muitas vezes informações estatísticas são computadas a partir das informações estruturais.

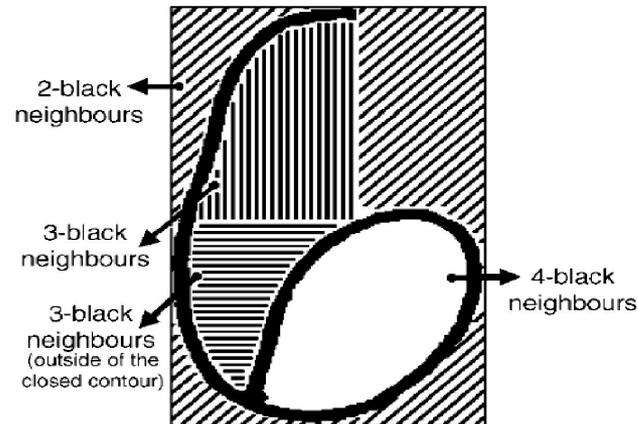
Concavidades

- Nesse caso podemos identificar 4 tipos de concavidades
 - Baseia-se na quantidade de vizinhos pretos



Concavidades

- Como armazenar as informações?



Vetor de características:

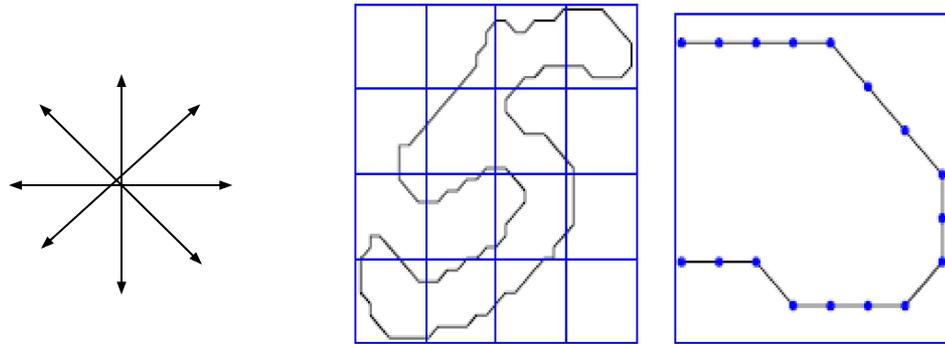


Cada posição do vetor corresponde a uma possível configuração.

Nesse caso, teríamos um vetor de quatro posições.

Contorno

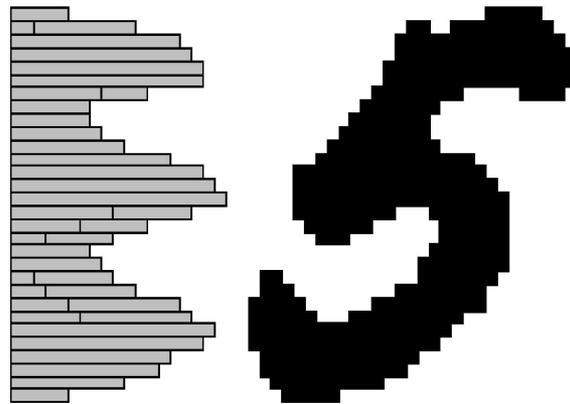
- Para cada pixel do contorno, contabiliza-se a direção do próximo pixel.



Vetor de características teria 8 posições onde cada posição teria a soma das direções.

Histogramas de Projeção

- Nesse caso podemos usar um histograma para representar a distribuição dos pixels da imagem.

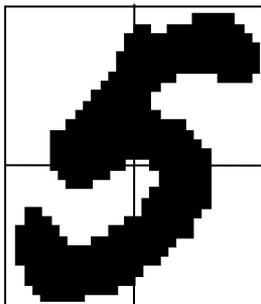


- Informações do histograma podem ser extraídas em diferentes níveis (quantização).
- Vetores de diferentes tamanhos

Zoneamento

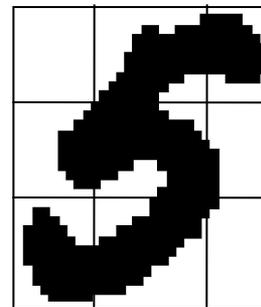
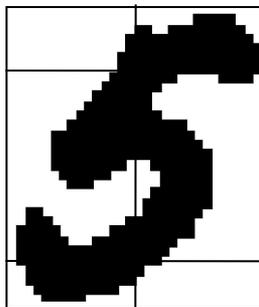
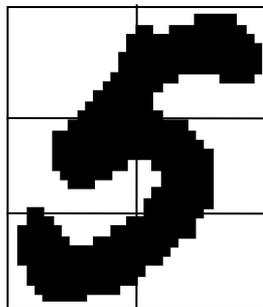
- Zoneamento é uma estratégia bastante usada para enfatizar determinadas regiões de um padrão.
- Características locais
- Zonas Simétricas e Assimétricas
 - Depende do problema que está sendo abordado.
- Normalização implícita.

Zoneamento



Com base na informação das duas zonas inferiores somente, temos informações similares ao dígito 3

4 zonas simétricas



Qual seria a melhor estratégia de zoneamento?

Mapas de Pixels

- Também conhecidos como *Edge Maps*
- Se o objeto puder ser reduzido a um conjunto de linhas horizontais, verticais e diagonais, esses mapas podem fornecer características discriminantes.
- Inicialmente a imagem deve ser esqueletizada.
- Utiliza simples detectores de linhas

-1	-1	-1
2	2	2
-1	-1	-1

(a)

horizontal

-1	2	-1
-1	2	-1
-1	2	-1

(b)

vertical

-1	-1	2
-1	2	-1
2	-1	-1

(c)

Diagonal 45°

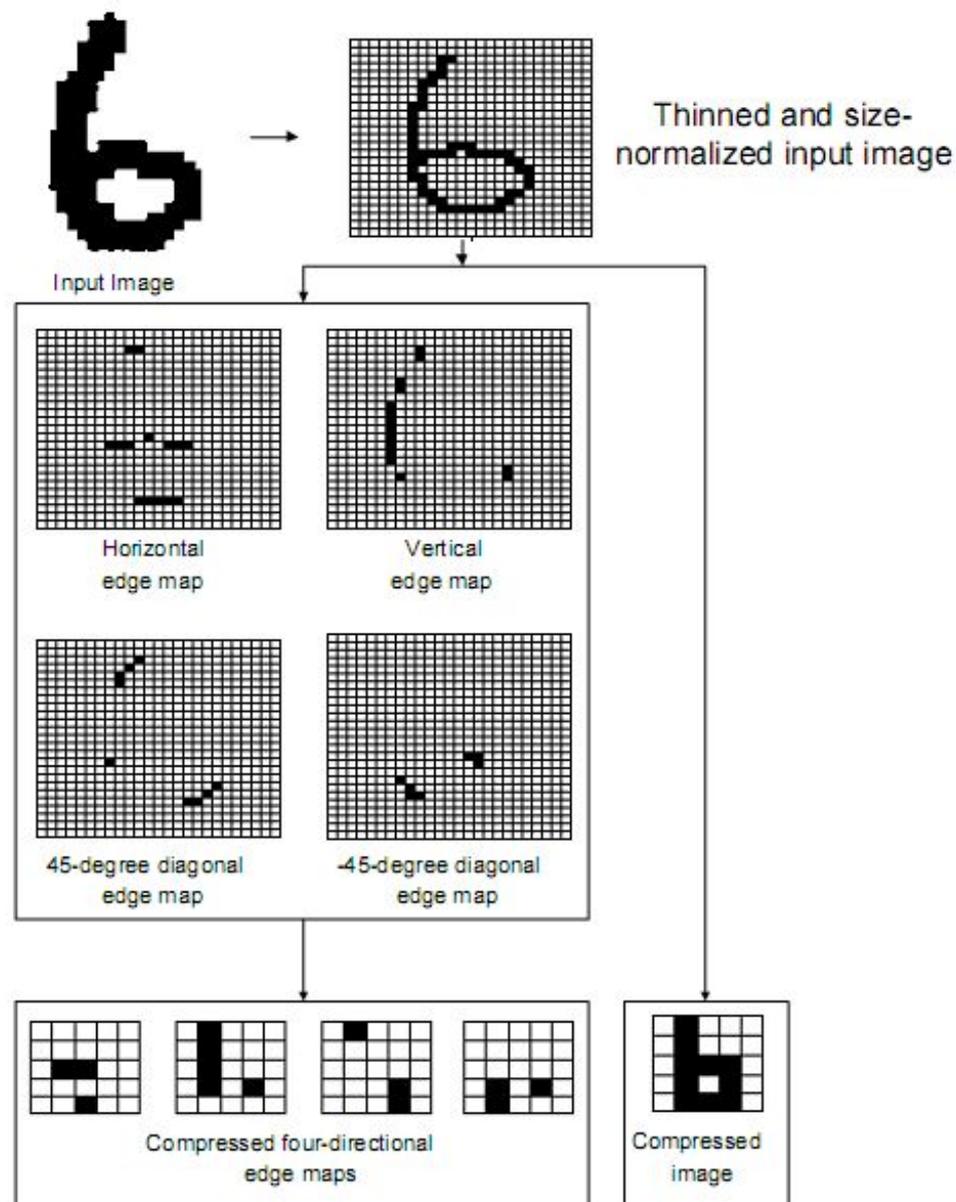
2	-1	-1
-1	2	-1
-1	-1	2

(d)

Diagonal -45°

Mapas de Pixels

- Após a detecção das linhas, as mesmas são compactadas em mapas menores
 - Diminuir custo computacional
 - Retêm informações mais importantes

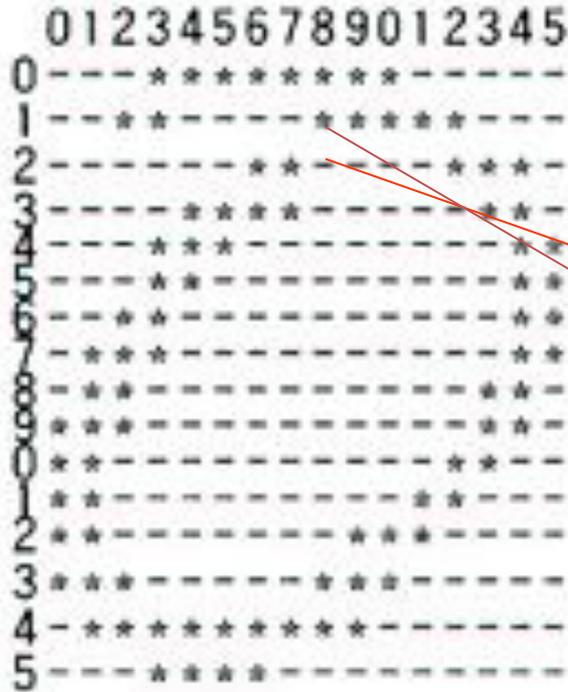


Nesse casos teríamos um vetor binário de 125 posições

Distâncias

- Outra característica com um bom poder de discriminação é a DDD (*Directional Distance Distribution*)
 - Calcula a distância de cada pixel branco (preto) para seu mais próximo vizinho preto (branco).
 - Utiliza 8 direções

Distâncias



4 é o número de pixels que separam o pixel (8,2) do seu vizinho mais próximo a direita

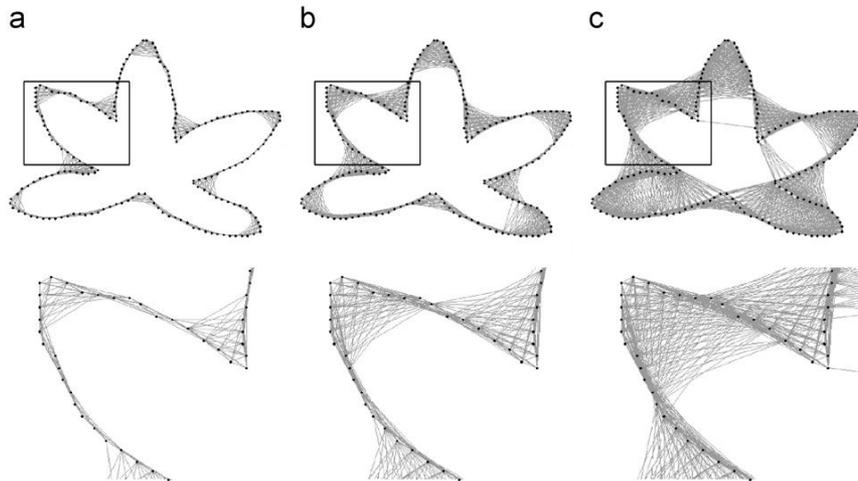
w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
4	1	1	2	1	1	11	8	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	5	2	2	2	1	9	1	1

Para pixels branco, utiliza-se a primeira parte do vetor. A segunda parte é para pixels pretos

O vetor final é a média de todos os vetores
 Pode-se aplicar zoneamento e fazer uma média para cada zona.

Descritores baseados em Redes Complexas: Modelagem da Rede

- Rede Complexa: Teoria dos Grafos e Estatística
- Contorno modelado como rede complexa
 - Evolução dinâmica



$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } \omega_{ij} \leq T_l \\ 1, & \text{se } \omega_{ij} < T_l \end{cases}$$

Descritores baseados em Redes Complexas: Extração das Características

- Conectividade: grau do vértice.

Grau Médio

$$k_{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{\mu j}$$

Grau Máximo

$$\left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \right)$$

- *Joint Degree*: probabilidade de um vértice estar conectado a outro vértice de mesmo grau.

Entropia

$$H = - \sum_{i=1}^N P(k_i, k'_i) \log_2 P(k_i, k'_i)$$

Energia

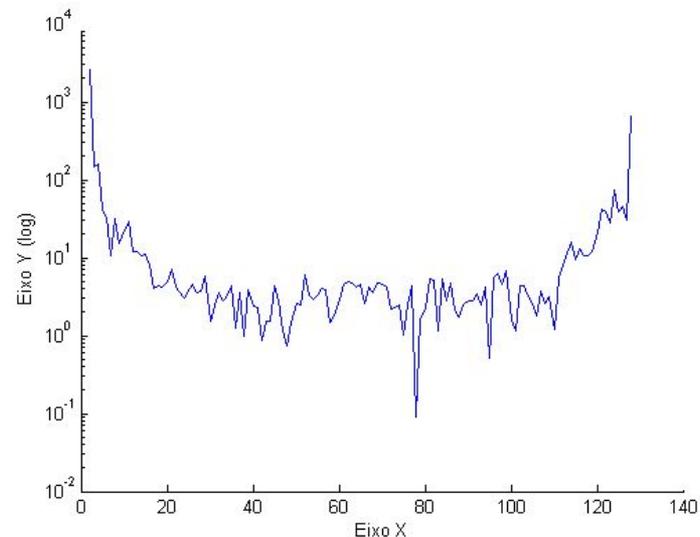
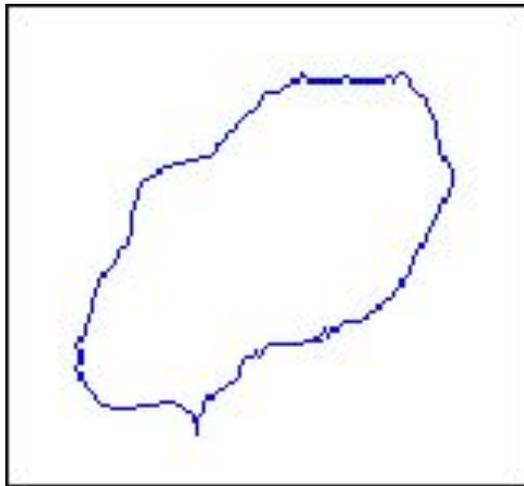
$$E = - \sum_{i=1}^N (P(k_i, k'_i))^2$$

Joint Degree Médio

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(k_i, k'_i)$$

Descritores Fourier

- Dano descrito pelas coordenadas do contorno (número complexo).
- Transformada de Fourier representa o contorno na frequência .
- Primeiros coeficientes = menor frequência.



Descritores de Fourier



(a) 280 pontos



(b) 50 pontos



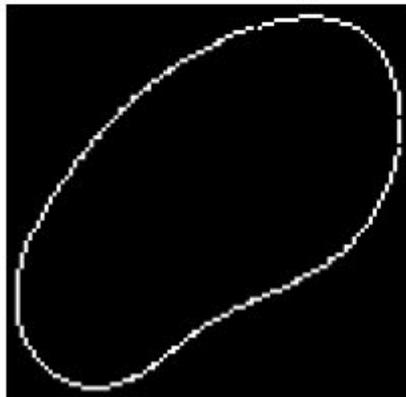
(c) 40 pontos



(d) 30 pontos



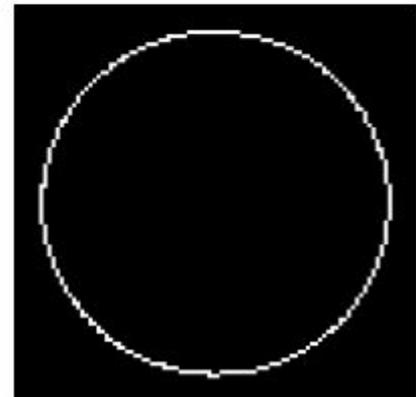
(e) 20 pontos



(f) 10 pontos



(g) 5 pontos



(h) 2 pontos

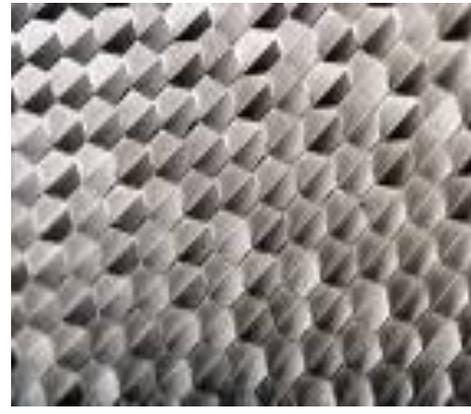
Textura

Padrão visual que possui algumas propriedades de homogeneidade que não resultam simplesmente de uma cor ou intensidade.

- Constituída de elementos mutuamente relacionados: a primitiva de textura dependente de escala
- Composta de um grande número de elementos similares mais ou menos ordenados
- Relacionada com coeficientes de uniformidade, densidade, aspereza, regularidade, intensidade, dentre outros, oriundos da probabilidade de ocorrência de variações tonais.
- Descritas por medidas que quantificam suas propriedades de suavidade, rugosidade e regularidade.

Textura

- Encontrar padrões de homogeneidade que não estão presentes em uma simples cor ou intensidade.
 - Bastante utilizadas em problemas de classificação e também na recuperação de imagens/informação
 - Imagens médicas & satélite
 - Imagens de cenas naturais e objetos



Dois padrões

Textura

Principais Descritores

- Momentos do Histograma
- Matriz de co-ocorrência
- Fractais
- Filtros de Gabor
- *Local Binary Patterns (LBP)*

Textura: Momentos do Histograma

- Uma das abordagens mais simples para a descrição da textura é através dos momentos do histograma de níveis de cinza de uma região.
- Seja Z uma variável aleatória denotando a intensidade discreta de uma imagem
- Seja $p(z_i)$, $i = 1, 2, \dots, L$, a distribuição de probabilidade associada a esta variável, na qual L é o número de níveis de cinza.

Textura:

Momentos do Histograma

- O n-ésimo momento de z em torno da média é dado por

$$\mu_n(z) = \sum_{i=1}^L (z_i - m)^n p(z_i)$$

- na qual m é valor médio de z

$$m = \sum_{i=1}^L z_i \times p(z_i)$$

Textura:

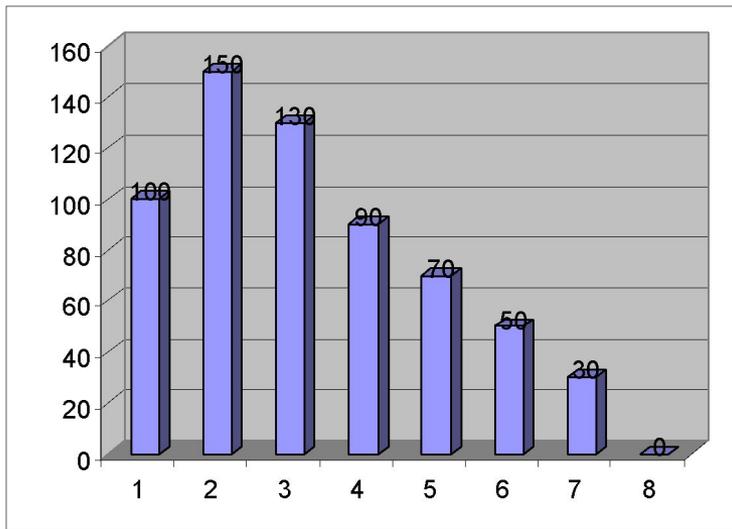
Momentos do Histograma

- O segundo momento possui uma importância particular para a descrição da textura
 - Medida de contraste do nível de cinza
 - Pode ser usada no estabelecimento de descritores de suavidade relativa.
- O terceiro momento é uma medida de anti-simetria do histograma.
- Quatro momento fornece uma medida de achatamento.

Textura:

Momentos do Histograma

- Exercício: Considere o seguinte histograma em 8 níveis de cinza.



Z	P(z)
1	0.16
2	0.24
3	0.20
4	0.14
5	0.11
6	0.08
7	0.05
8	0

Calcule o segundo e o terceiro momentos.

$$M=102, M2 = 1274$$

Textura:

Momentos do Histograma

- Exercício

Z _i	P _i		(Z _i - m) ²	(Z _i - m) ² * P _i
100	0.16129032	-6	36	5.80645161
150	0.24193548	44	1936	468.387097
130	0.20967742	24	576	120.774194
90	0.14516129	-16	256	37.1612903
70	0.11290323	-36	1296	146.322581
50	0.08064516	-56	3136	252.903226
30	0.0483871	-76	5776	279.483871
0	0	-106	11236	0
	1			1310.83871
Media = 106				

Textura:

Momentos do Histograma

- Outras Medidas de Primeira Ordem
 - Suavidade Relativa
 - $R = 1 - 1/(1+s^2)$
 - Obliquidade
 - $V = m_3 / s^3$
 - Curtose
 - $k = m_4 / s^4 - 3$

Textura:

Matriz de co-ocorrência

- Medidas de textura calculadas a partir do histograma sofrem a limitação de não carregarem informações sobre a posição relativa dos pixels em relação uns aos outros.
- Uma maneira de trazer essa informação ao processo de análise de texturas é considerar não apenas a distribuição de intensidades, mas também as posições dos pixels com valores de intensidade iguais ou similares.

Textura:

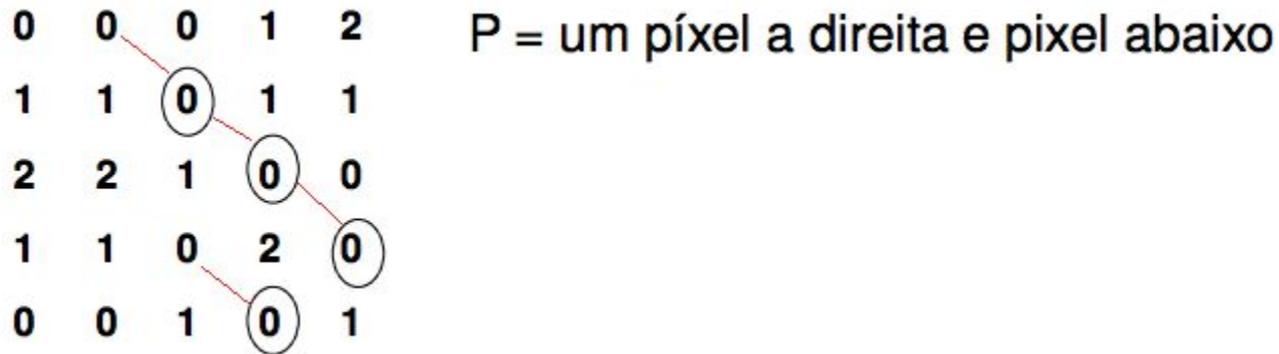
Matriz de co-ocorrência

- Seja Q um operador de posição e A uma matriz $k \times k$, cujo elemento a_{ij} seja o número de vezes que os pontos com o nível de cinza z_i ocorrem (na posição especificada por Q), relativamente a pontos com o nível de cinza z_j , com $i \leq k$, $j \leq k$.

Textura:

Matriz de co-ocorrência

- Considere por exemplo uma imagem com 3 níveis de cinza, $z_0 = 0$, $z_1 = 1$ e $z_2 = 2$.



Sendo assim, A seria uma matriz 3x3.

a_{00} o número de vezes que um ponto com nível de cinza 0 aparece **abaixo e a direita** de outro pixel com nível 0

Nesse caso a_{00} teria o valor 4

Textura:

Matriz de co-ocorrência

- O valor de a_{02} é o número de vezes que um ponto com nível z_0 aparece abaixo e à direita de z_2

0	0	0	1	2
1	1	0	1	1
2	2	1	0	0
1	1	0	2	0
0	0	1	0	1

Desta maneira, a matriz de co-ocorrência será

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

A qual deve ser normalizada.

Matriz de co-ocorrência: Descritores

Descritor (significado)	Equação	Descritor (significado)	Equação
Variância (contraste da imagem)	$\sum_i \sum_j (i-j)^2 P(i, j)$	Homogeneidade (distribuição de pixels)	$\sum_i \sum_j P(i, j) / (1 + i - j)$
Entropia (suavidade)	$\sum_i \sum_j P(i, j) \log P(i, j)$	Momento 3ª ordem (distorção da imagem)	$\sum_i \sum_j (i-j)^3 P(i, j)$
Energia (uniformidade)	$\sum_i \sum_j P^2(i, j)$	Variância Inversa (inverso de contraste)	$\sum_i \sum_j P(i, j) / (i-j)^2$

Matriz de co-ocorrência: Descritores

Ex: Calcule a Entropia para a seguinte matriz de co-ocorrência

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Entropia = -11,142

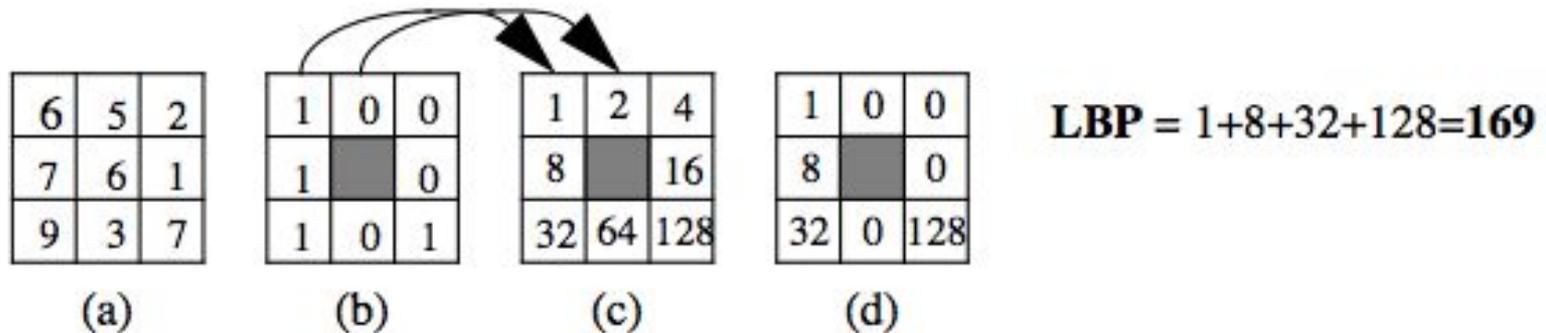
i	j	$p(i, j, 1, 0^\circ)$	$\log p(i, j, 1, 0^\circ)$	$p(i, j, 1, 0^\circ) \log p(i, j, 1, 0^\circ)$
0	0	2	0,301	0,602
0	1	1	0	0
0	2	0	-	-
0	3	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	4	0,602	2,408
1	2	3	0,477	1,431
1	3	0	-	0
2	0	0	-	0
2	1	3	0,477	1,431
2	2	6	0,778	4,668
2	3	0	-	0
3	0	1	0	0
3	1	0	-	0
3	2	0	-	0
3	3	2	0,301	0,602

Local Binary Patterns

- Baseia-se no fato de que certos padrões binários locais à região de vizinhança de um pixel são propriedades fundamentais da textura de uma imagem.
- Deste modo, o **histograma** de ocorrência destas características é um bom descritor de textura.
- O operador $LBP_{P,R}$ produz 2^P padrões binários diferentes que podem ser formados por P pixels na sua vizinhança.
- (P,R) significa uma vizinhança de P pontos uniformemente distribuídos com um raio R

Local Binary Patterns

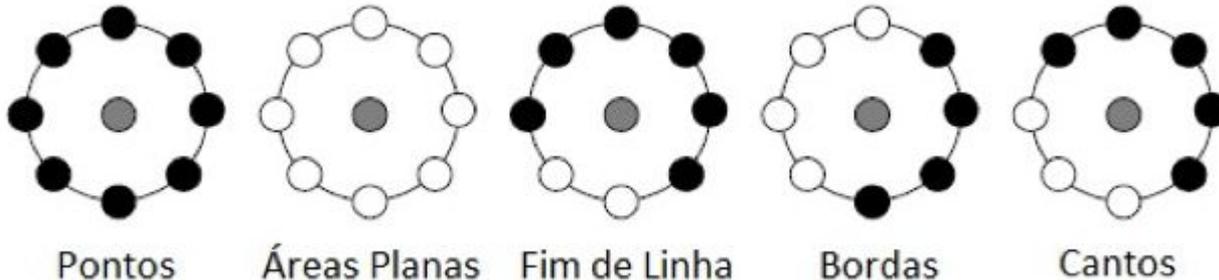
Cálculo do LBP



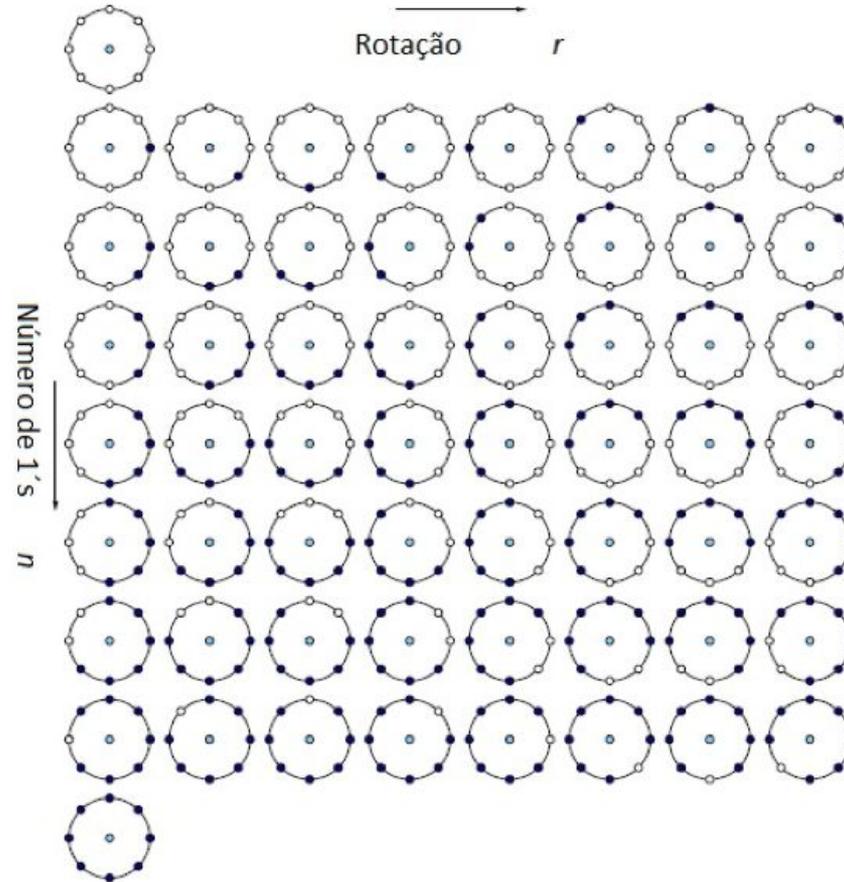
- (a) O valor do pixel central é escolhido como limiar
- (b) Imagem é binarizada com base nesse limiar
- Com base na máscara (c), o valor do LBP é calculado.
- O LBP calculado é o valor que deve ser atualizado no **histograma**

Local Binary Patterns

- Note que para uma vizinhança de 8 pixels (2^8) temos um histograma de 256 posições.
- Na prática, porém, 59 configurações são utilizadas.
- Aquelas que mostram padrões uniformes, como por exemplo: 00000000, 00111000, 11100001

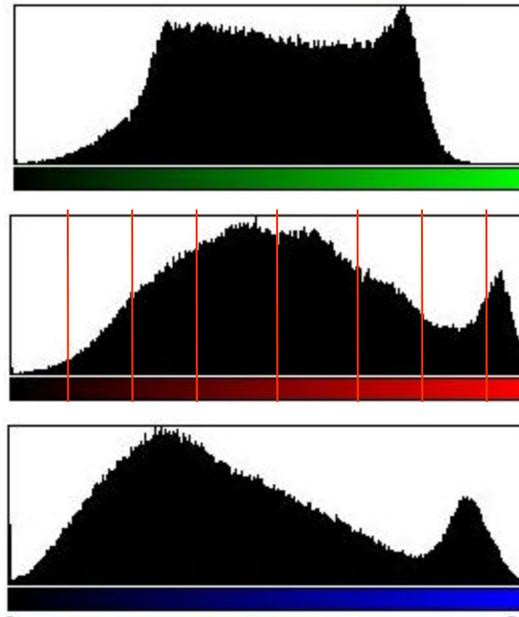
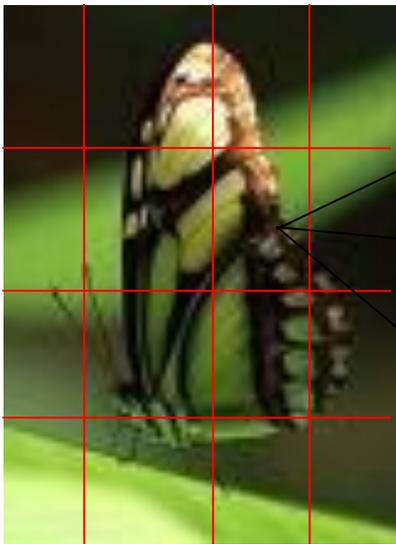


Local Binary Patterns



Cor

- Geralmente extraídos dos histogramas acumulativos dos canais RGB.
 - Simples e bastante discriminante.

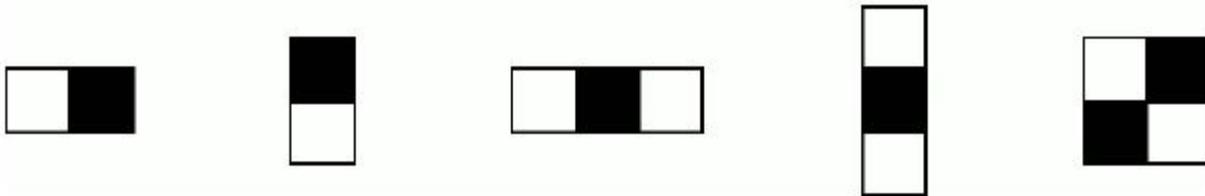
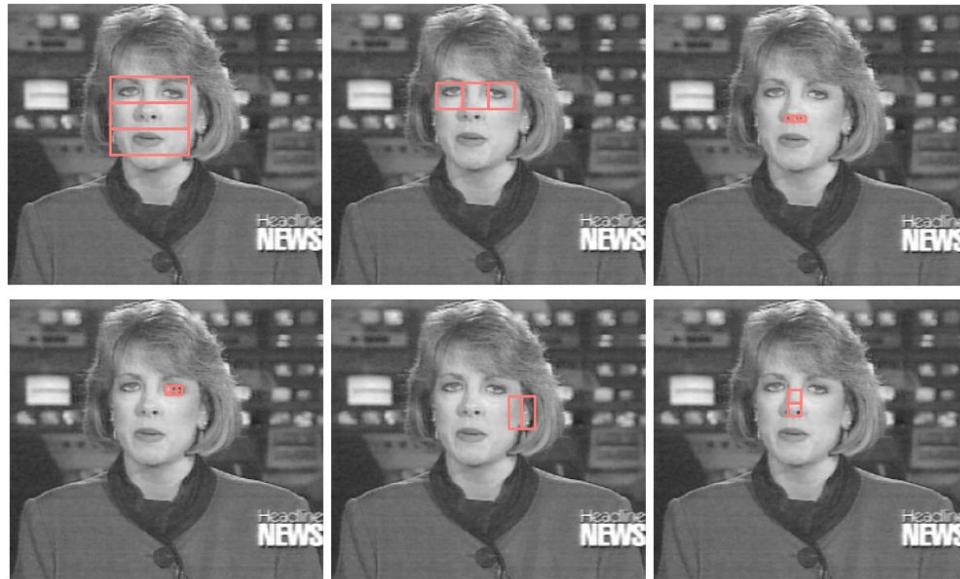


Vetor de características pode ser composto diversos percentis

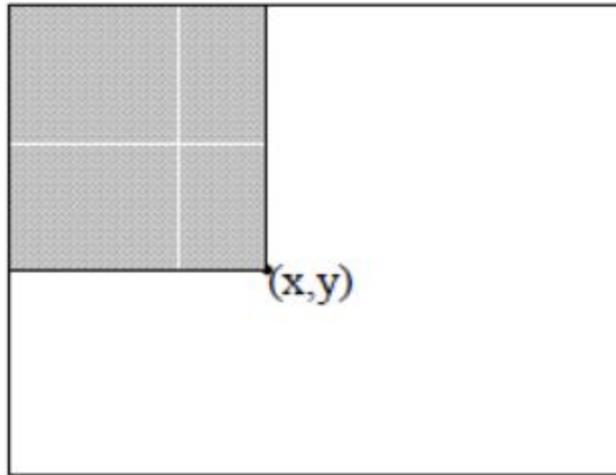
Detecção de rostos



Viola & Jones, 2001



Integral Image



1	1	1
1	1	1
1	1	1

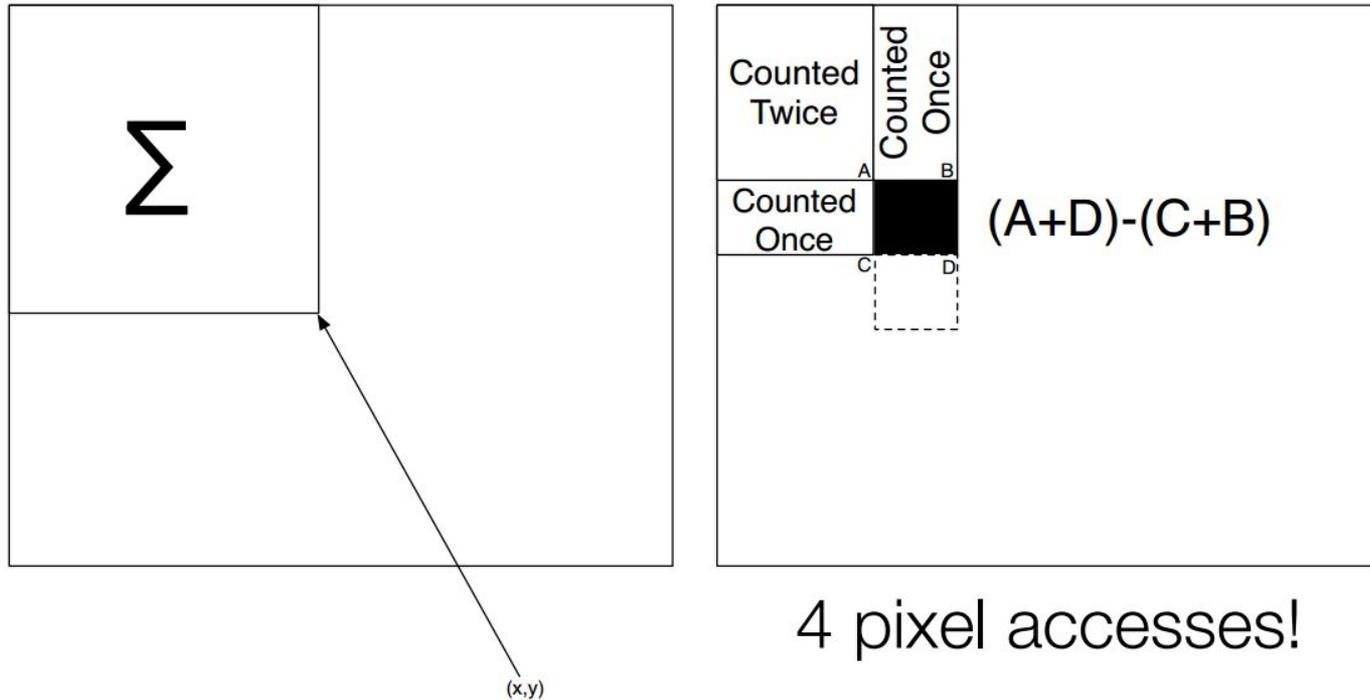
Input image

1	2	3
2	4	6
3	6	9

Integral image

- $I_{\text{int}}(x,y) = I(x,y)$, se $x=y=1$ (primeiro pixel)
- $I_{\text{int}}(x,y) = I(x,y) + I_{\text{int}}(x,y-1)$, se $x=1, y>1$ (primeira coluna)
- $I_{\text{int}}(x,y) = I(x,y) + I_{\text{int}}(x-1,y)$, se $x>1, y=1$ (primeira linha)
- $I_{\text{int}}(x,y) = I(x,y) + I_{\text{int}}(x-1,y) + I_{\text{int}}(x,y-1) - I_{\text{int}}(x-1,y-1)$

Integral Image

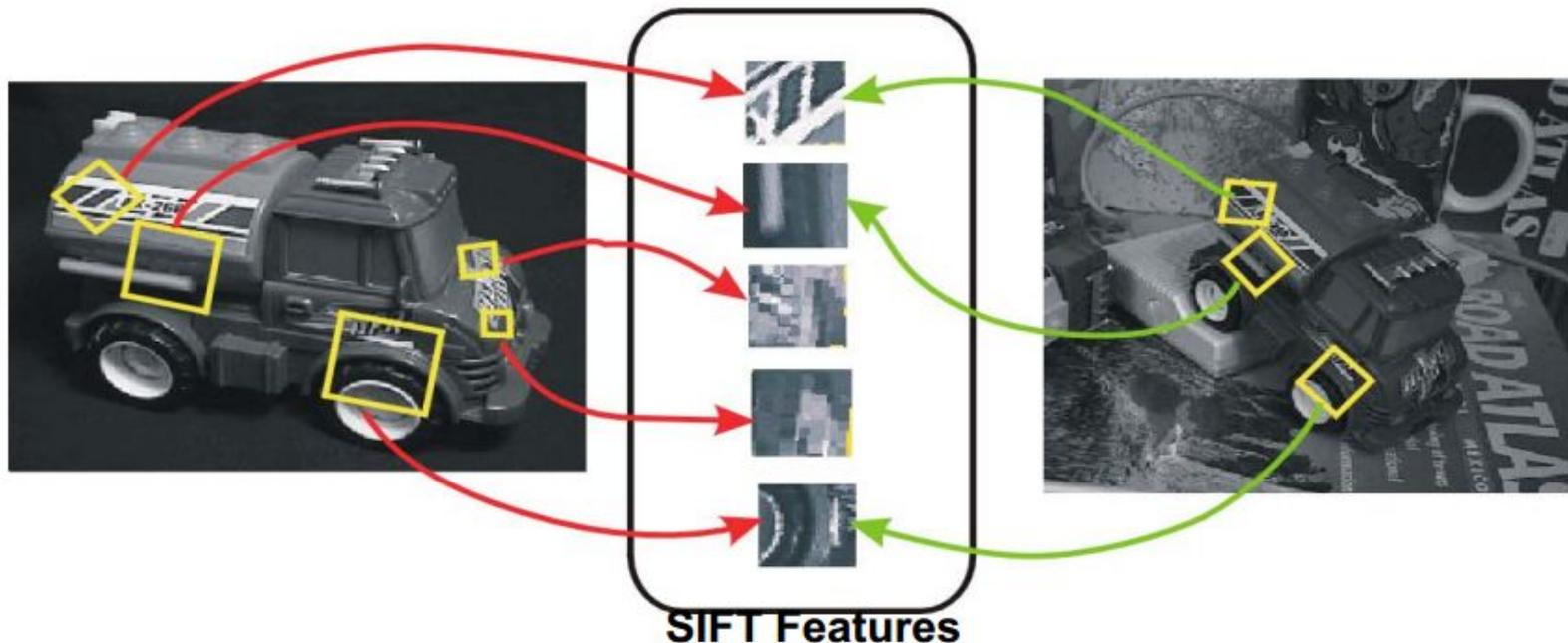


- $O(1)$

$$S = D - (C+B) + A$$

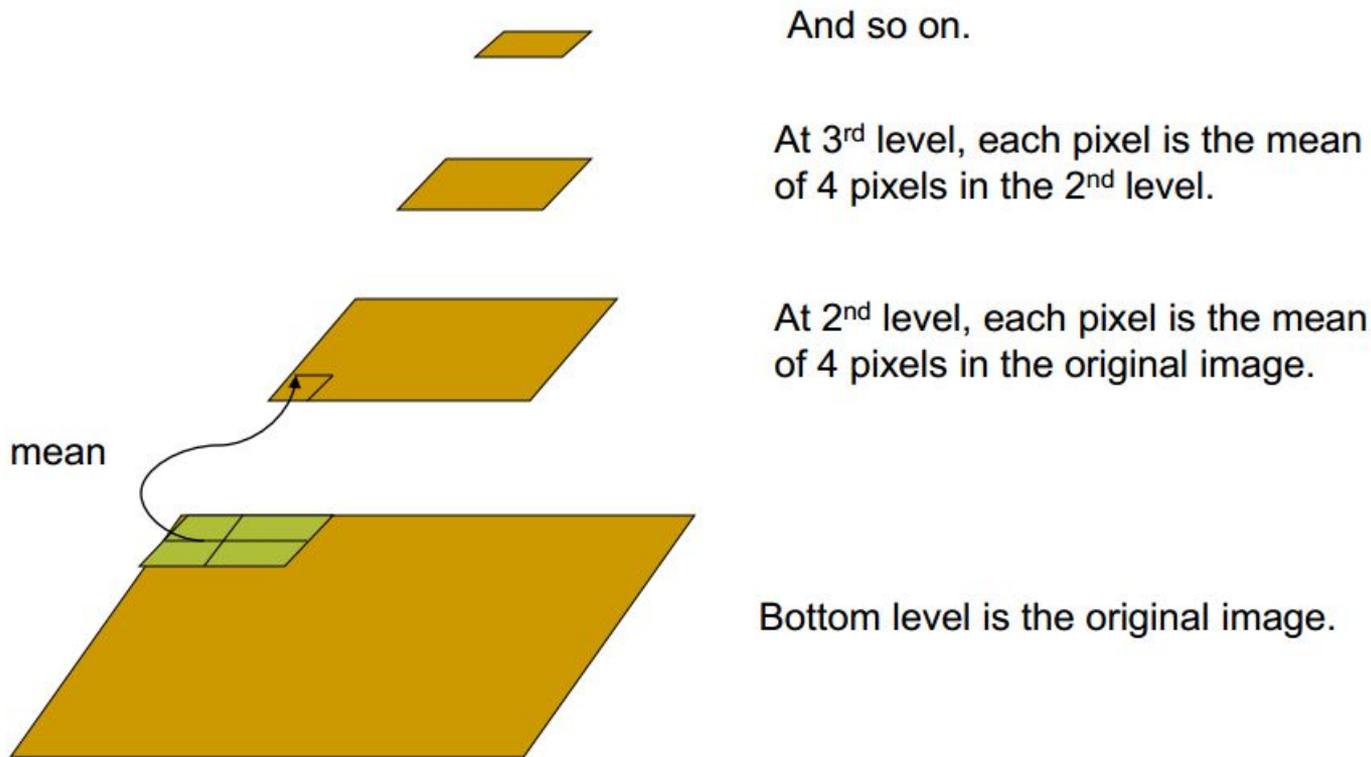
SIFT – Scale Invariant Feature Transform

- Ideia - pontos de interesse & descritores
 - Image content is transformed into local feature coordinates that are invariant to translation, rotation, scale, and other imaging parameters



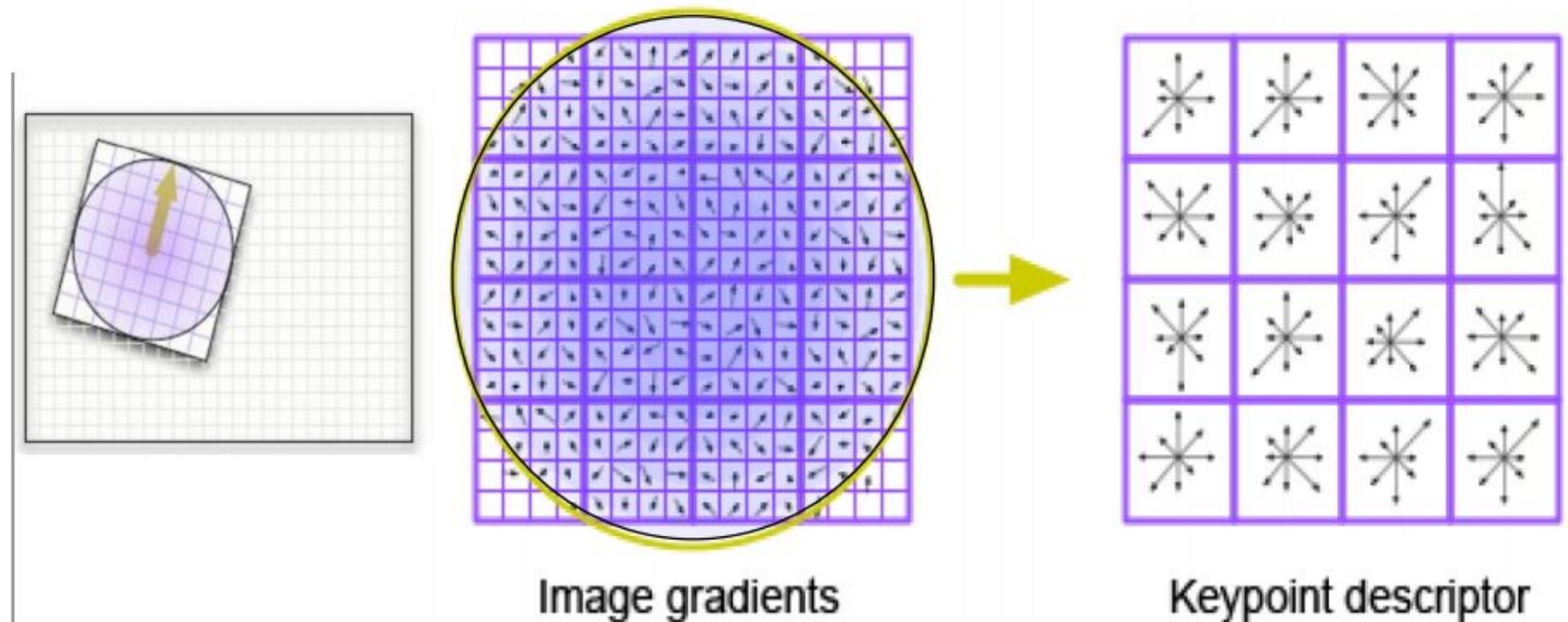
SIFT – Scale Invariant Feature Transform

- Representação Piramidal – Multiescala



SIFT – Scale Invariant Feature Transform

- Descriptor SIFT



- Actual implementation uses 4x4 descriptors from 16x16 which leads to a $4 \times 4 \times 8 = 128$ element vector

SIFT – Scale Invariant Feature Transform

- Rec. de Objetos – Trem & Sapo!



SIFT – Scale Invariant Feature Transform

- Rec. de Objetos – Trem & Sapo?



Normalização

- Evitar que uma característica se sobressaia a outras.
 - $V1 = \{200, 0.5, 0.002\}$
 - $V2 = \{220, 0.9, 0.050\}$
- Se calcularmos a distância Euclidiana, veremos que a primeira característica dominará o resultado.

Normalização

- Diferentes técnicas de normalização

Min-Max

$$n_i = \frac{x_i - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$$

Z-Score

$$n_i = \frac{x_i - \text{mean}(x)}{\text{std}(x)}$$

Tan

$$n_i = \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\frac{x_i - \text{mean}(x)}{\text{std}(x)} \right) + 1 \right]$$

Soma

$$n_i = \frac{x_i}{\sum x}$$

Normalização

- Para redes neuronais, a convergência geralmente é mais rápida se a média das características de entrada é próxima a zero.



M.K. Hu,
Visual pattern Recognition by moment invariants,
IEEE Transactions on Information Theory, vol IT-8, pp.179-187, Feb. 1962.

P. Viola , M. Jones
Rapid object detection using a boosted cascade of simples features,
In IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern
Recognition (CVPR), 1998

P. Viola , M. Jones
Robust Real-time Object Detection
International Journal of Computer Vision, 2001.

D. Lowe
“Distinctive image features from scaleinvariant keypoints” International
Journal of Computer Vision, 60, 2 (2004), pp. 91-110

Referências

- Dr. Ilyas Cicekli, **Concept Learning**,
<https://web.cs.hacettepe.edu.tr/~ilyas/Courses/BIL712/lec01-conceptLearning.pdf>
- Luiz E. S Oliviera, **Aprendizagem de Conceito**, DIInf / UFPR.
- Stanford Scholar,
Practical Machine Learning: 2.5 - Concept Learning
<https://www.youtube.com/watch?v=2C4GiluGkSY>
- Stanford Scholar,
Practical Machine Learning: 2.6 - General to Specific Ordering,
https://www.youtube.com/watch?v=Nhu_7OeZRvU