

Overview

[Linear](#)
[Quadratica](#)
[Lagrange](#)
[Newton-Dif-Div](#)

Sheet 1: Linear

Linear

x	y
0,1	1,201
0,15	1,3050625
0,2	1,416

Função $10x^4 + 2x + 1$
 Polinômio $A_0 + A_1x = y$

Pontos 0,1 1,201
 utilizados 0,2 1,416

1	0,1	1,201
1	0,2	1,416

Det A = 0,2
 0,1 = 0,1

1,201	0,1
1,416	0,2

Det A_0 = 0,2402
 0,1416 = 0,0986

1	1,201
1	1,416

Det A_1 = 1,416
 1,201 = 0,215

A_0 0,986
 A_1 2,15

$P_1(x) = A_0 + A_1x = y$
 $0,986 + 2,15x = y$

$P_1(x) = 0,15 \quad 1,3085$
 EA = -0,0034375

xi	x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Temp °C	20	25	30	35	40	45	50
Calor Esp	0,99907	0,99852	0,99826	0,99818	0,99828	0,99849	0,99878

Pontos 30 0,99826
 utilizados 35 0,99818

1	30	0,99826
1	35	0,99818

Det A = 35
 30 = 5

0,99826	30
0,99818	35

Det A_0 = 34,9391
 29,9454 = 4,9937

1	0,99826
1	0,99818

Det A_1 = 0,99818
 0,99826 = -0,00008

A_0 0,99874
 A_1 -0,000016

$P_1(x) = A_0 + A_1x = y$
 $0,99874 - 0,000016x = y$

$P_1(x) = 32,5 \quad 0,99822$
 EA =

Sheet 2: Quadrática

Quadrática

x	y
0	0
0,5235987756	0,328
0,7853981634	0,56

Função $2\text{sen}^2x/(x+1)$
 Polinômio $A_0 + A_1x + A_2x^2 = y$

Casas 2
 Decimais

Pontos 0 0
 utilizados 0,5235987756 0,328
 0,7853981634 0,56

1	0	0	0
1	0,5235987756	0,2741556778	0,328
1	0,7853981634	0,6168502751	0,56

0,3229820488 0 0 0,3229820488
 Det A = 0 0 0,2153213658 = 0,2153213658 = 0,1076606829

0	0	0
0,328	0,5235987756	0,2741556778
0,56	0,7853981634	0,6168502751

0 0 0 0
 Det A_0 = 0 0 0 = 0 = 0

1	0	0
1	0,328	0,2741556778
1	0,56	0,6168502751

0,2023268902 0 0 0,2023268902
 Det A_1 = 0 0 0,1535271796 = 0,1535271796 = 0,0487997106

1	0	0
1	0,5235987756	0,328
1	0,7853981634	0,56

0,2932153143 0 0 0,2932153143
 Det A_2 = 0 0 0,2576105976 = 0,2576105976 = 0,0356047167

A_0 0
 A_1 0,4532732779
 A_2 0,3307123434

P_2(x) $A_0 + A_1x + A_2x^2 = y$

$0 + 0,45327x + 0,33071x^2 = y$

Quadrática

xi	x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Temp °C	20	25	30	35	40	45	50
Calor Esp	0,99907	0,99852	0,99826	0,99818	0,99828	0,99849	0,99878

Pontos	25	0,99852
utilizados	30	0,99826
	35	0,99818

1	25	625	0,99852
1	30	900	0,99826
1	35	1225	0,99818

0,99852	25	625
0,99826	30	900
0,99818	35	1225

1	0,99852	625
1	0,99826	900
1	0,99818	1225

1	25	0,99852
1	30	0,99826
1	35	0,99818

$$\text{Det A} = \begin{vmatrix} 36750 & 22500 & 21875 & 81125 \\ 18750 & 30625 & 31500 & 80875 \end{vmatrix} = 250$$

$$\text{Det A}_0 = \begin{vmatrix} 36695,61 & 22459,05 & 21836,9375 & 80991,5975 \\ 18715,875 & 30571,7125 & 31453,38 & 80740,9675 \end{vmatrix} = 250,63$$

$$\text{Det A}_1 = \begin{vmatrix} 1222,8685 & 898,668 & 623,8625 & 2745,399 \\ 623,9125 & 1223,187 & 898,362 & 2745,4615 \end{vmatrix} = -0,0625$$

$$\text{Det A}_2 = \begin{vmatrix} 29,9454 & 24,9565 & 34,9482 & 89,8501 \\ 29,9556 & 24,9545 & 34,9391 & 89,8492 \end{vmatrix} = 0,0009$$

A_0	1,00252
A_1	-0,00025
A_2	0,0000036

$$P_2(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 = y \quad 1,00252 + -0,00025x + 0,0000036 = y$$

$$P_1(x) = 31 \quad 0,9982296$$

Sheet 3: Lagrange

Lagrange

i	x	y
0	-1	4
1	0	1
2	2	1
3	3	16

Polinômio

$$y_0 * L_0(x) + y_1 * L_1(x) + y_2 * L_2(x) + y_3 * L_3(x)$$

$L_0(x) =$	$X - x_1$	$X - x_2$	$X - x_3$	$=$	$x - 0$	$x - 2$	$x - 3$	$=$	$X(X^2 - 5x + 6)$
	$x_0 - x_1$	$x_0 - x_2$	$x_0 - x_3$		-1	-3	-4		$X^3 - 5x^2 + 6x - 12$
$L_1(x) =$	$X - x_0$	$X - x_2$	$X - x_3$	$=$	$x - (-1)$	$x - 2$	$x - 3$	$=$	$(x+1)(X^2 - 5x + 6)$
	$x_1 - x_0$	$x_1 - x_2$	$x_1 - x_3$		1	-2	-3		$X^3 - 5x^2 + 6x + x^2 - 5x + 6$
									$X^3 - 4x^2 + x + 6$
									6
$L_2(x) =$	$X - x_0$	$X - x_1$	$X - x_3$	$=$	$x - (-1)$	$x - 0$	$x - 3$	$=$	$x(x^2 - 2x - 3)$
	$x_2 - x_0$	$x_2 - x_1$	$x_2 - x_3$		3	2	-1		$X^3 - 2x^2 - 3x - 6$
$L_3(x) =$	$X - x_0$	$X - x_1$	$X - x_2$	$=$	$x - (-1)$	$x - 0$	$x - 2$	$=$	$x(x^2 - x - 2)$
	$x_3 - x_0$	$x_3 - x_1$	$x_3 - x_2$		4	3	1		$X^3 - x^2 - 2x - 12$
$Y_0 * L_0(x)$	4	$X^3 - 5x^2 + 6x$	-12	-2	$X^3 - 5x^2 + 6x$	6	6		$-2x^3 + 10x^2 - 12x + 6$

$Y1 * L1(x)$	1	$X^3 - 4x^2 + x + 6$	1	$X^3 - 4x^2 + x + 6$
		6		6
$Y2 * L2(x)$	1	$X^3 - 2x^2 - 3x$	-1	$X^3 - 2x^2 - 3x$
		-6		6
$Y3 * L3(x)$	16	$X^3 - x^2 - 2x$	4	$X^3 - x^2 - 2x$
		12		3
				$X^3 - 4x + 1$

i	x	y
0	0	1,35
1	1	2,94

Polinômio

$y_0 * L_0(x) + y_1 * L_1(x)$

$$L_0(x) = \begin{matrix} X - x_1 \\ x_0 - x_1 \end{matrix} = \begin{matrix} x - 1 \\ -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -x + 1 \\ 1 \end{matrix}$$

$$L_1(x) = \begin{matrix} X - x_0 \\ x_1 - x_0 \end{matrix} = \begin{matrix} x - 0 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x \\ 1 \end{matrix}$$

$Y_0 * L_0(x)$	1,35 -x+1	-1,35x + 1,35
	1	
$Y_1 * L_1(x)$	2,94 x	2,94x
	1	

$$1,59x + 1,35$$

Sheet 4: Newton-Dif-Div

Newton-Dif-Div

i	x_i	y_i
0	30	0,5
1	35	0,574
2	45	0,707
3	50	0,766
4	55	0,819

$$P_3(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

x_i	Ord. 0	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 3	Ord. 4
30	0,5	0,0148	-0,0001	1,50433051432364E-19	-0,00000004
35	0,574	0,0133	-0,0001	-0,000001	-
45	0,707	0,0118	-0,00012	-	-
50	0,766	0,0106	-	-	-
55	0,819	-	-	-	-

$$P_3(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

$$P_3(x) = 0,5 + 0,0148(x - 30) - 0,0001(x - 30)(x - 35) + 0(x - 30)(x - 35)(x - 45)$$

$$P_3(x) = 0,5 + 0,0148x - 0,444 - 0,0001(x^2 - 65x + 1050)$$

$$P_3(x) = 0,5 + 0,0148x - 0,444 - 0,0001x^2 + 0,0065x - 0,105$$

$$P_3(x) = -0,0001x^2 + 0,0213x - 0,049$$

$$P_3(x) = \quad \quad 40 \quad \quad 0,643$$

i	x_i	y_i
0	0,2	0,16

$$P_2(x) = a_0 + a_1(x - x_0) +$$

1	0,34	0,22
2	0,4	0,27
3	0,52	0,29
4	0,6	0,32
5	0,72	0,37

$$a_2(x-x_0)(x-x_1)$$

x _i	Ord. 0	Ord. 1	Ord. 2	Ord. 3	Ord. 4	Ord. 5
0,2	0,16	0,4285714286	2,0238095238	-17,898478836	90,3747583435	-279,3421019161
0,34	0,22	0,8333333333	-3,7037037037	18,2514245014	-54,8831346529	-
0,4	0,27	0,1666666667	1,0416666667	-2,6041666667	-	-
0,52	0,29	0,375	0,2083333333	-	-	-
0,6	0,32	0,4166666667	-	-	-	-
0,72	0,37	-	-	-	-	-

$$P_2(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1)$$

$$P_2(x) = 0,16 + 0,4285(x-0,2) + 2,0238(x-0,2)(x-0,34)$$

$$P_2(x) = 0,16 + 0,4285x - 0,0857 + 2,0238(x^2 - 0,54x + 0,068)$$

$$P_2(x) = 0,16 + 0,4285x - 0,0857 + 2,0238x^2 - 1,092852x + 0,1376184$$

$$P_2(x) = 2,0238x^2 - 0,664352x + 0,2119184$$

$$P_2(x) = 0,47 \quad 0,34673038$$

$$0,29468003$$

$$P_2(x) = -3,7033x^2 + 3,5737x - 0,5669$$

$$P_2(x) = 0,47$$

$$P_2(x) = 1,0417x^2 - 0,7917x + 0,42$$

$$P_2(x) = 0,47 \quad 0,27801253$$

i	x _i	y _i
0	-1	1
1	0	1
2	1	0
3	2	-1
4	3	-2

$$P_3(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$$

x _i	Ordem 0	Ordem 1	Ordem 2	Ordem 3	Ordem 4
-1	1	0	-0,5	0,1666666667	-0,0416666667
0	1	-1	0	0	-
1	0	-1	0	-	-
2	-1	-1	-	-	-
3	-2	-	-	-	-

$$P_3(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$$

$$P_3(x) = 1 + 0(x-(-1)) - 0,5(x-(-1))(x-0) - 0,25(x-(-1))(x-0)(x-1) + 0,0625(x-(-1))(x-0)(x-1)(x-2)$$

$$P_3(x) = 1 - 0,5(x+1)(x) - 0,25(x+1)(x)(x-1) + 0,0625(x+1)(x)(x-1)(x-2)$$

$$P_3(x) = 1 - 0,5(x^2+x) - 0,25(x^2-1)(x) + 0,0625(x^2-1)(x)(x-2)$$

$$P_3(x) = 1 - 0,5(x^2+x) - 0,25(x^3-x) + 0,0625(x^3-x)(x-2)$$

$$P_3(x) = 1 - 0,5(x^2+x) - 0,25(x^3-x) + 0,0625(x^4-2x^3-x^2+2x)$$

$$P_3(x) = 1 - 0,5x^2 - 0,5x - 0,25x^3 + 0,25x + 0,0625x^4 - 0,125x^3 - 0,0625x^2 + 0,125x$$

$$P_3(x) = 0,0625x^4 - 0,375x^3 - 0,5625x^2 + 0,125x + 1$$

$$P_3(x) = 0,5 \quad 0,75390625$$

$$P_3(x) = 0,0625x^4 - 0,375x^3 - 0,5625x^2 + 0,125x + 1$$

$$P_3(x) = 0,5 \quad 0,75390625$$