

Análise de Algoritmos

Aula 01

Prof. Murilo V. G. da Silva

DINF/UFPR

(material da disciplina: André Guedes, Renato Carmo, Murilo da Silva)

Antes de qualquer coisa...

Antes de qualquer coisa...

- *Ciência da Computação* não é “Ciência do Computador”

Antes de qualquer coisa...

- *Ciência da Computação* não é “Ciência do Computador”
- Assim como *Astronomia* não é “Ciência do Telescópio”

Antes de qualquer coisa...

- *Ciência da Computação* não é “Ciência do Computador”
- Assim como *Astronomia* não é “Ciência do Telescópio”

Computadores e Computação

Computação só tem a ver com computador na medida em que computador é um dispositivo capaz de realizar uma computação.

Problemas Computacionais e Soluções

Problemas e soluções

Uma das tarefas centrais da *Ciência da Computação* é estudar problemas computacionais e suas soluções.

Problemas Computacionais e Soluções

Problemas e soluções

Uma das tarefas centrais da *Ciência da Computação* é estudar problemas computacionais e suas soluções.

Problema computacional

Um *problema computacional* pode ser formulado em termos de

dado ...
obtenha ...

Problemas Computacionais e Soluções

Problemas e soluções

Uma das tarefas centrais da *Ciência da Computação* é estudar problemas computacionais e suas soluções.

Problema computacional

Um *problema computacional* pode ser formulado em termos de

dado ...
obtenha ...

Solução

Uma maneira sistemática de se

obter o que queremos
em função do que é dado

Exemplo de problema computacional

dado um valor x , um vetor v e inteiros a e b tais que
 $\forall i, a \leq i < b \quad v[i] \leq v[i + 1]$,

obtenha um índice $m \in \mathbb{Z}$, $a \leq m \leq b$ tal que

$$\begin{aligned} v[i] &\leq x, & \forall i \in \{a, \dots, m\}, \\ x &< v[i], & \forall i \in \{m + 1, \dots, b\}. \end{aligned}$$

Problemas Computacionais, Instâncias e Respostas

Exemplo de problema computacional

dado um valor x , um vetor v e inteiros a e b tais que
 $\forall i, a \leq i < b \quad v[i] \leq v[i + 1],$

obtenha um índice $m \in \mathbb{Z}, a \leq m \leq b$ tal que

$$\begin{aligned} v[i] &\leq x, & \forall i \in \{a, \dots, m\}, \\ x &< v[i], & \forall i \in \{m + 1, \dots, b\}. \end{aligned}$$

- Note: relação entre possíveis “entradas” e suas respectivas “saídas”
- Cada possível “entrada” de um problema computacional: *instância do problema*.
- Uma saída correspondente a uma instância: *resposta daquela instância*.

Problemas Computacionais, Instâncias e Respostas

Exemplo de problema computacional

dado um valor x , um vetor v e inteiros a e b tais que
 $\forall i, a \leq i < b \quad v[i] \leq v[i + 1],$

obtenha um índice $m \in \mathbb{Z}, a \leq m \leq b$ tal que

$$\begin{aligned} v[i] &\leq x, & \forall i \in \{a, \dots, m\}, \\ x &< v[i], & \forall i \in \{m + 1, \dots, b\}. \end{aligned}$$

- Note: relação entre possíveis “entradas” e suas respectivas “saídas”
- Cada possível “entrada” de um problema computacional: *instância do problema*.
- Uma saída correspondente a uma instância: *resposta daquela instância*.

Exemplo de instância de problema do quadro acima

Problemas Computacionais, Instâncias e Respostas

Exemplo de problema computacional

dado um valor x , um vetor v e inteiros a e b tais que
 $\forall i, a \leq i < b \quad v[i] \leq v[i + 1]$,

obtenha um índice $m \in \mathbb{Z}$, $a \leq m \leq b$ tal que

$$\begin{aligned}v[i] &\leq x, & \forall i \in \{a, \dots, m\}, \\x &< v[i], & \forall i \in \{m + 1, \dots, b\}.\end{aligned}$$

- Note: relação entre possíveis “entradas” e suas respectivas “saídas”
- Cada possível “entrada” de um problema computacional: *instância do problema*.
- Uma saída correspondente a uma instância: *resposta daquela instância*.

Exemplo de instância de problema do quadro acima

Instância: $(21, (4, 8, 15, 16, 23, 42), 0, 5)$

Resposta desta instância específica: 3

Problemas Computacionais, Instâncias e Respostas

Exemplo de problema computacional

dado um valor x , um vetor v e inteiros a e b tais que
 $\forall i, a \leq i < b \quad v[i] \leq v[i + 1],$

obtenha um índice $m \in \mathbb{Z}, a \leq m \leq b$ tal que

$$\begin{aligned} v[i] &\leq x, & \forall i \in \{a, \dots, m\}, \\ x &< v[i], & \forall i \in \{m + 1, \dots, b\}. \end{aligned}$$

- Note: relação entre possíveis “entradas” e suas respectivas “saídas”
- Cada possível “entrada” de um problema computacional: *instância do problema*.
- Uma saída correspondente a uma instância: *resposta daquela instância*.

Exemplo de instância de problema do quadro acima

Instância: $(21, (4, 8, 15, 16, 23, 42), 0, 5)$

Resposta desta instância específica: 3

Obs: Este problema está definido de maneira que cada instância admite uma única resposta. Pensar em um problema “semelhante” tal que algumas instâncias podem admitir mais respostas?

Exemplo de formato padrão de problemas

Busca em Vetor Ordenado (BVO)

Entrada : (x, v, a, b) onde

- x : é um valor,
- a, b : são inteiros,
- v : é um vetor ordenado de valores indexado por $[a..b]$.

Saída : O “lugar onde x deveria estar em v ”,
isto é, o único $m \in [a - 1..b]$ satisfazendo

$$\begin{aligned}v[i] &\leq x, & \forall i \in [a..m], \\x &< v[i], & \forall i \in [m + 1..b].\end{aligned}$$

Soluções (algoritmos)

Exemplo de solução para problema computacional:

$S(x, v, a, b)$

Se $a > b$

 Devolva $a - 1$

Se $x \geq v[b]$

 Devolva b

 Devolva $S(x, v, a, b - 1)$

Ao analisar algoritmos, seguiremos o seguinte “mantra”:

- (0) Que problema resolve?
- (1) Está correto?
- (2) Quanto custa?
- (3) É possível fazer melhor?

Ao analisar algoritmos, seguiremos o seguinte “mantra”:

- (0) Que problema resolve?
- (1) Está correto?
- (2) Quanto custa?
- (3) É possível fazer melhor?

Importante:

Ao analisar algoritmos, seguiremos o seguinte “mantra”:

- (0) Que problema resolve?
- (1) Está correto?
- (2) Quanto custa?
- (3) É possível fazer melhor?

Importante:

- Note que em geral, não faz sentido responder uma pergunta posterior sem antes ter respondido uma pergunta anterior

Ao analisar algoritmos, seguiremos o seguinte “mantra”:

- (0) Que problema resolve?
- (1) Está correto?
- (2) Quanto custa?
- (3) É possível fazer melhor?

Importante:

- Note que em geral, não faz sentido responder uma pergunta posterior sem antes ter respondido uma pergunta anterior
- Vamos olhar agora cada uma destas perguntas em mais detalhes...

(0) Que problema o algoritmo resolve?

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

Mais precisamente...

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

Mais precisamente...

- Que relação mantém entre si cada entrada e sua respectiva saída?

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

Mais precisamente...

- Que relação mantém entre si cada entrada e sua respectiva saída?
- Observe que:

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

Mais precisamente...

- Que relação mantém entre si cada entrada e sua respectiva saída?
- Observe que:
 - Todo algoritmo resolve um problema computacional.

(0) Que problema o algoritmo resolve?

- Quais são possíveis entradas e respectivas possíveis saídas?

Mais precisamente...

- Que relação mantém entre si cada entrada e sua respectiva saída?
- Observe que:
 - Todo algoritmo resolve um problema computacional.
 - Comparar algoritmos que resolvem problemas diferentes é um erro.

(1) Algoritmo está correto?

(1) Algoritmo está correto?

- Isto é, o algoritmo realmente é uma solução para o problema computacional que se propõe resolver?

(1) Algoritmo está correto?

- Isto é, o algoritmo realmente é uma solução para o problema computacional que se propõe resolver?
- Mais precisamente: a relação entre entrada e saída que responde à Pergunta 0 é satisfeita para todas as instâncias?

(1) Algoritmo está correto?

- Isto é, o algoritmo realmente é uma solução para o problema computacional que se propõe resolver?
- Mais precisamente: a relação entre entrada e saída que responde à Pergunta 0 é satisfeita para todas as instâncias?
- Observe que não é possível responder a Pergunta 1 se a Pergunta 0 não estiver satisfatoriamente respondida.

(2) Quanto custa?

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.
 - análise é expressão de “uma coisa em função de outra” (e.g., tempo de execução em função do tamanho da entrada ou qualidade da resposta em função dos tipos de entradas possíveis)

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.
 - análise é expressão de “uma coisa em função de outra” (e.g., tempo de execução em função do tamanho da entrada ou qualidade da resposta em função dos tipos de entradas possíveis)
- São erros:

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.
 - análise é expressão de “uma coisa em função de outra” (e.g., tempo de execução em função do tamanho da entrada ou qualidade da resposta em função dos tipos de entradas possíveis)
- São erros:
 - comparar algoritmos segundo diferentes critérios de custo/eficiência,

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.
 - análise é expressão de “uma coisa em função de outra” (e.g., tempo de execução em função do tamanho da entrada ou qualidade da resposta em função dos tipos de entradas possíveis)
- São erros:
 - comparar algoritmos segundo diferentes critérios de custo/eficiência,
 - analisar um algoritmo sem uma expressão precisa do critério de custo/eficiência adotado.

(2) Quanto custa?

- Isto é, qual seu desempenho/eficiência?
- Observe que para isso, é preciso:
 - estabelecer um critério de custo/eficiência, e
 - expressá-lo como uma função da entrada do algoritmo, isto é, da instância do problema que o algoritmo resolve.
 - análise é expressão de “uma coisa em função de outra” (e.g., tempo de execução em função do tamanho da entrada ou qualidade da resposta em função dos tipos de entradas possíveis)
- São erros:
 - comparar algoritmos segundo diferentes critérios de custo/eficiência,
 - analisar um algoritmo sem uma expressão precisa do critério de custo/eficiência adotado.
- Em geral não faz sentido reponder a Pergunta 2, sem antes ter respondido a Pergunta 1 (e.g., um algoritmo eficiente, mas incorreto, pode ser inútil)

(3) É possível fazer melhor?

(3) É possível fazer melhor?

- Isto é, existe algoritmo de custo menor/eficiência maior, onde custo/eficiência tem o mesmo significado que na Pergunta 2?

(3) É possível fazer melhor?

- Isto é, existe algoritmo de custo menor/eficiência maior, onde custo/eficiência tem o mesmo significado que na Pergunta 2?
- Observe que a resposta aqui depende de estabelecer e expressar o critério de custo/eficiência tal como na Pergunta 2.

(3) É possível fazer melhor?

- Isto é, existe algoritmo de custo menor/eficiência maior, onde custo/eficiência tem o mesmo significado que na Pergunta 2?
- Observe que a resposta aqui depende de estabelecer e expressar o critério de custo/eficiência tal como na Pergunta 2.
- A resposta negativa é difícil de justificar: boa parte do trabalho de pesquisa em Computação consiste em responder perguntas deste tipo.