

Introdução à Teoria da Computação

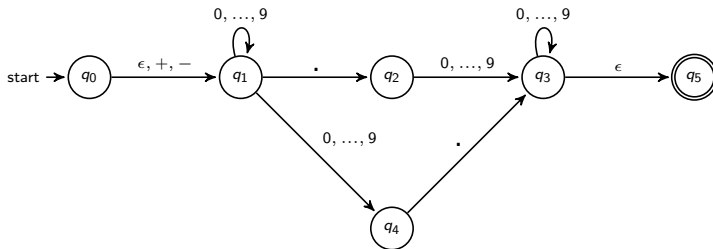
Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

Professor Murilo V. G. da Silva

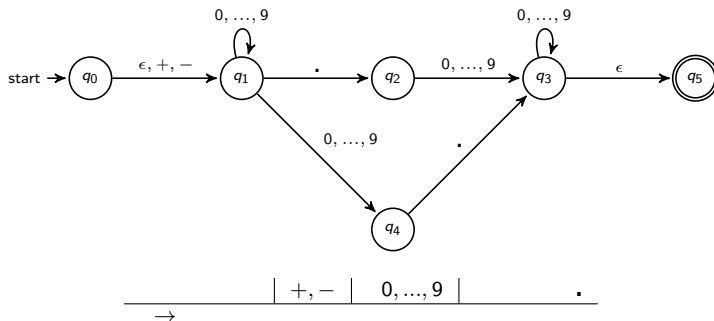
Departamento de Informática
Universidade Federal do Paraná

2026/2

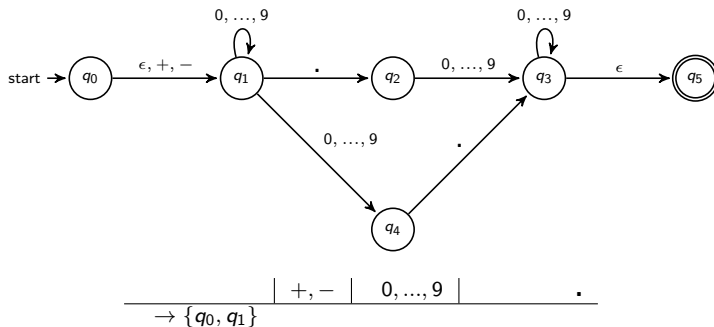
Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



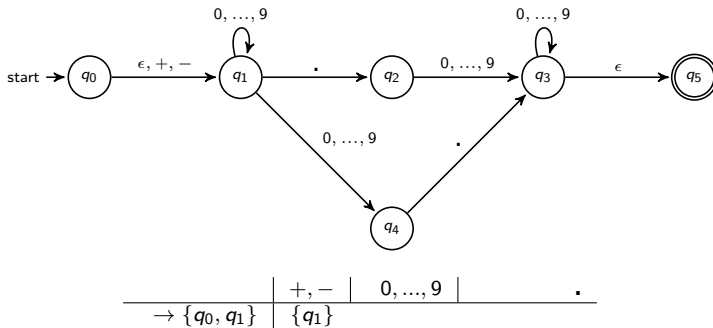
Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



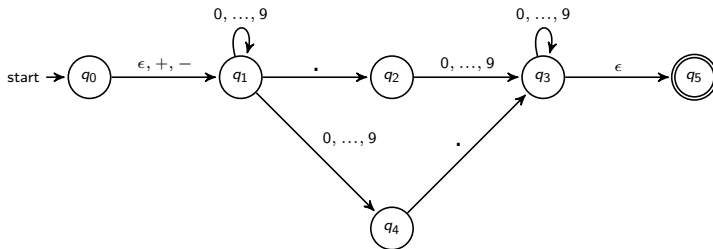
Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

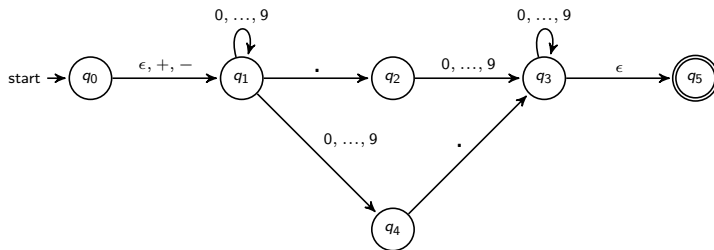


Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



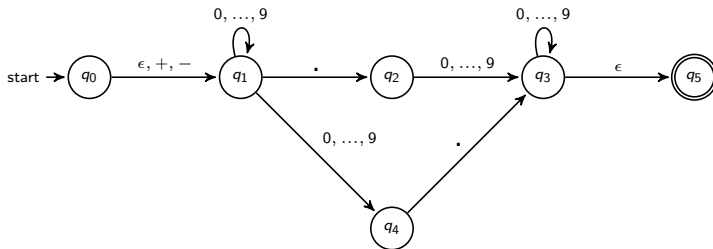
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



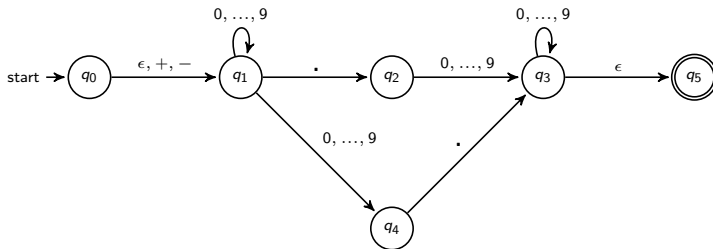
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



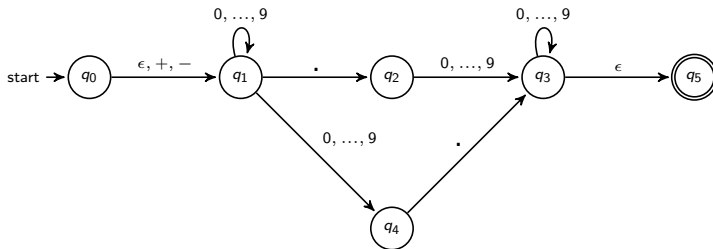
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



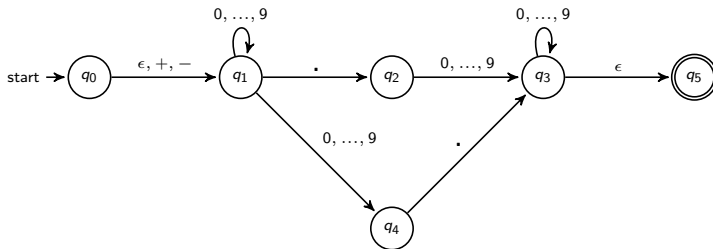
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



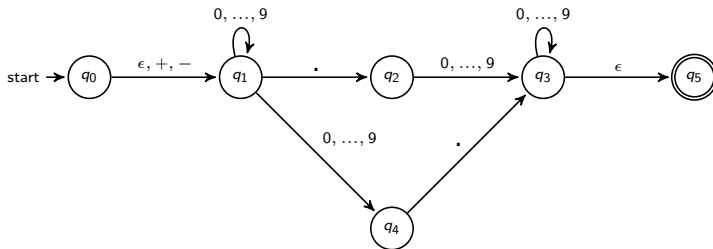
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



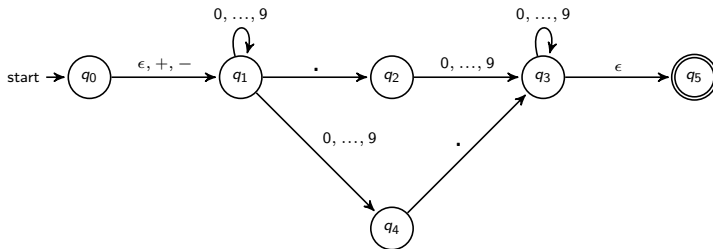
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



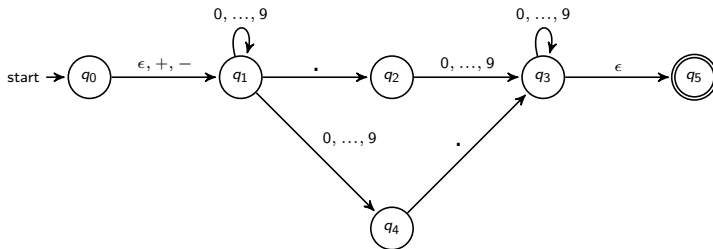
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



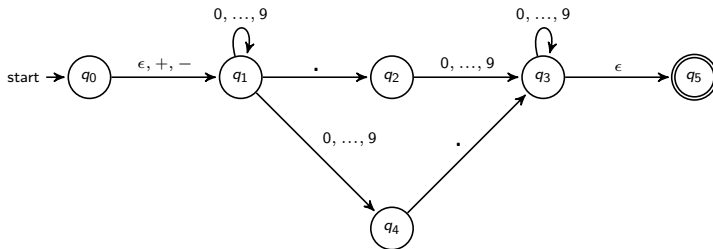
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



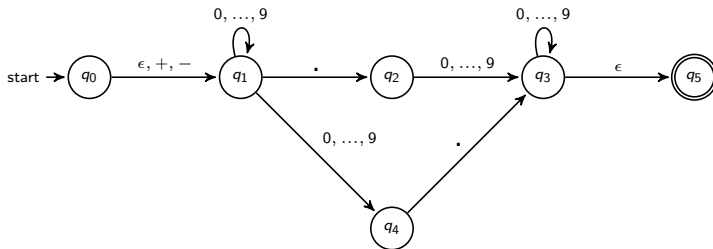
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



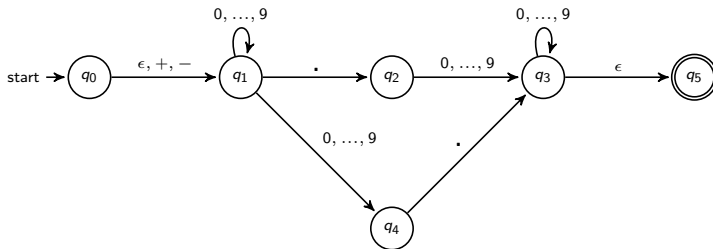
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



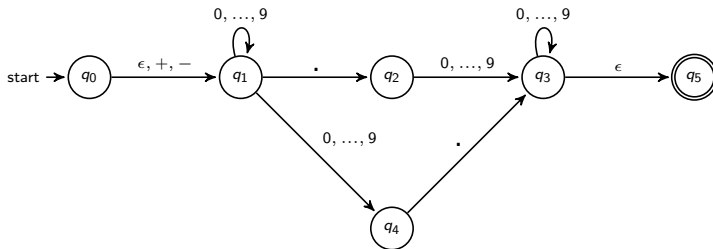
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



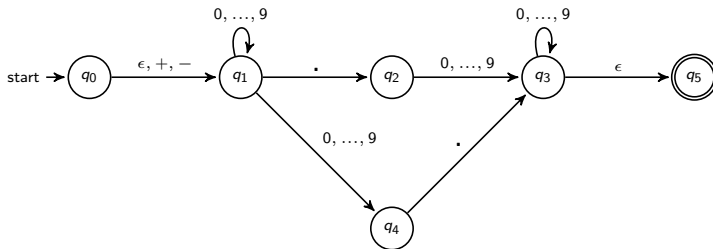
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



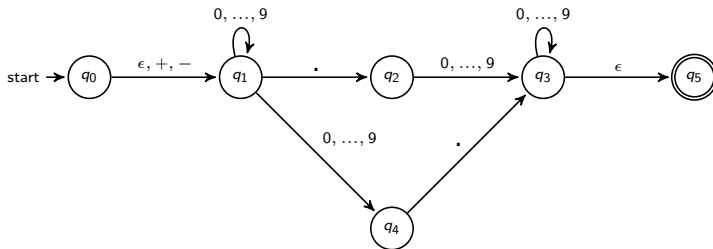
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



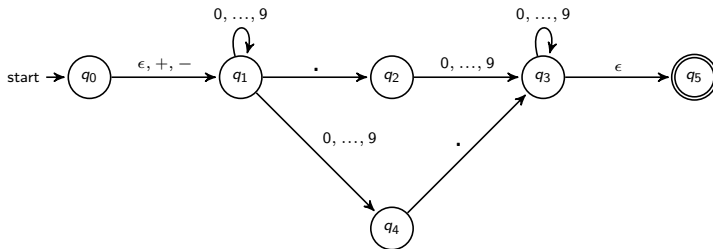
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



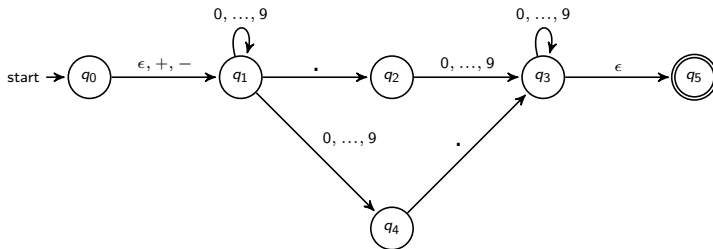
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



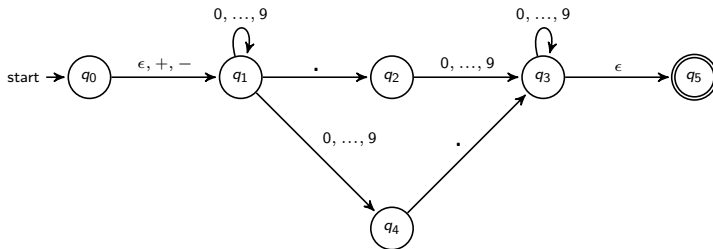
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



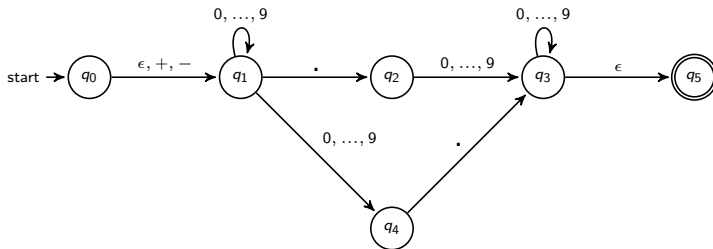
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



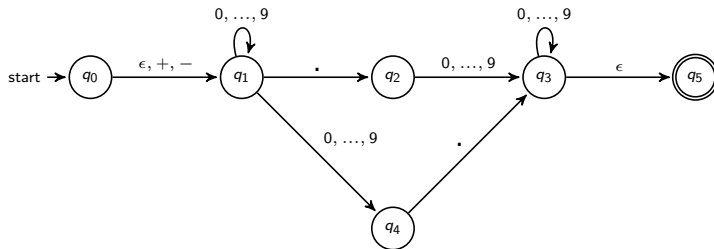
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



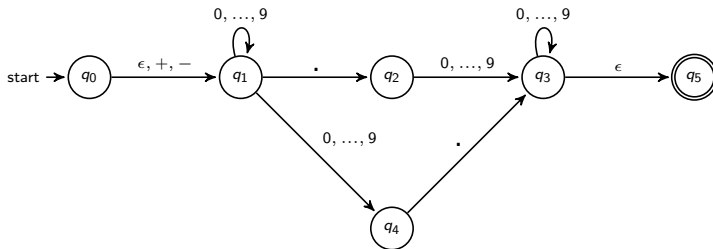
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



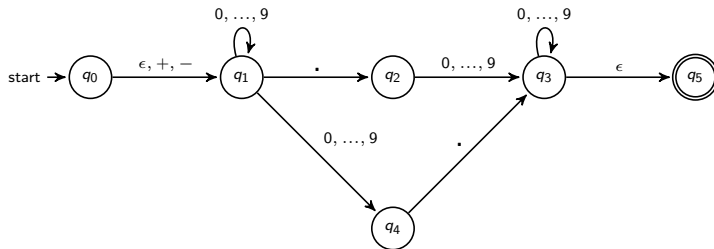
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



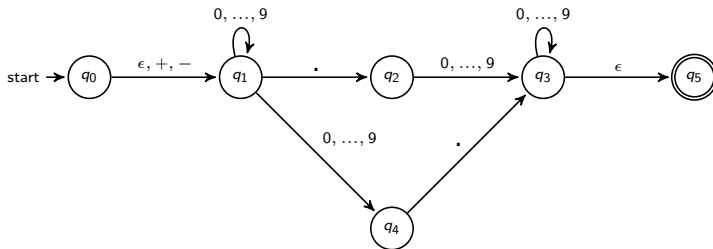
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



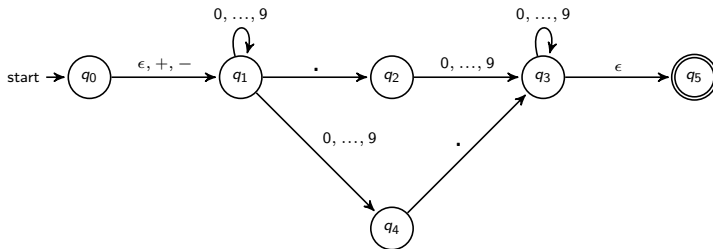
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



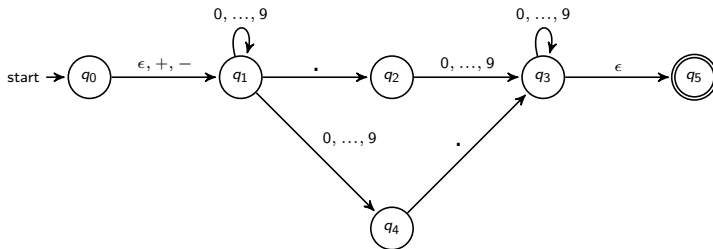
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$*\{q_3, q_5\}$			

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



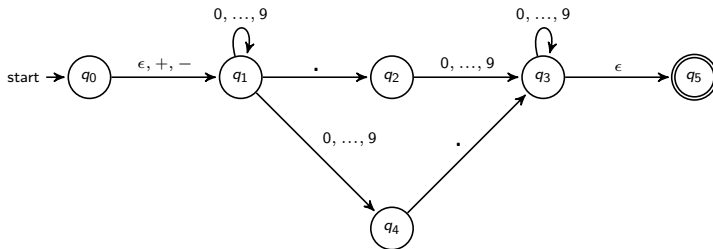
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$*\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$		

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



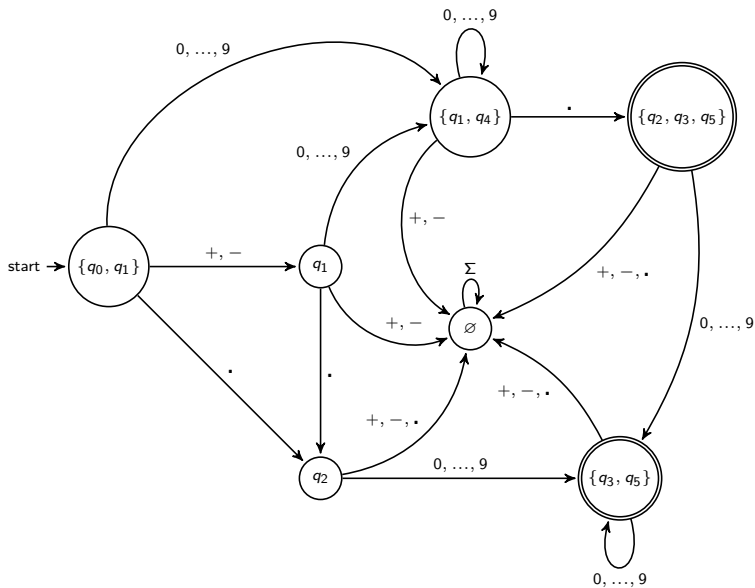
	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$*\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

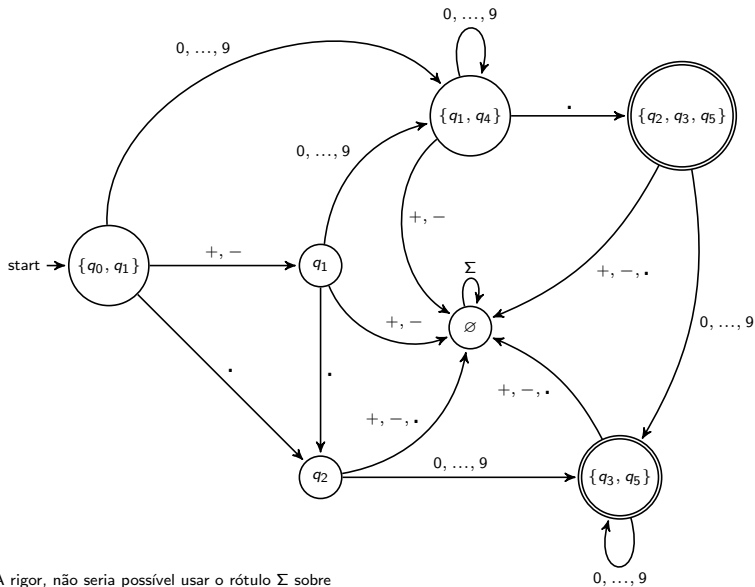


	$+, -$	$0, \dots, 9$	$.$
$\rightarrow \{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_5\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$
$*\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs



(*) Obs: A rigor, não seria possível usar o rótulo Σ sobre a transição $\emptyset \rightarrow \emptyset$ (deveriam estar listados todos os símbolos).

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

eAFN_AFD ($Q_E, \Sigma, \delta_E, q_0, F_E$)

1: $Q_D = \mathcal{P}(Q_E)$

2: $q_\epsilon = \epsilon\text{-Fecho}(q_0)$

3: **for all** $S \in Q_D$ **do**

4: **for all** $a \in \Sigma$ **do**

5: $R = \bigcup_{q_i \in S} \delta_E(q_i, a)$

6: Defina a função δ da seguinte maneira: $\delta_D(S, a) = \bigcup_{r_j \in R} \epsilon\text{-Fecho}(r_j)$

7: $F_D = \{S : S \subseteq Q_D \text{ e } S \cap F_E \neq \emptyset\}$

8: Elimine os estados não alcançáveis

9: **Return** ($Q_D, \Sigma, \delta_D, q_\epsilon, F_D$)

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

eAFN_AFD ($Q_E, \Sigma, \delta_E, q_0, F_E$)

1: $Q_D = \mathcal{P}(Q_E)$

2: $q_\epsilon = \epsilon\text{-Fecho}(q_0)$

3: **for all** $S \in Q_D$ **do**

4: **for all** $a \in \Sigma$ **do**

5: $R = \bigcup_{q_i \in S} \delta_E(q_i, a)$

6: Defina a função δ da seguinte maneira: $\delta_D(S, a) = \bigcup_{r_j \in R} \epsilon\text{-Fecho}(r_j)$

7: $F_D = \{S : S \subseteq Q_D \text{ e } S \cap F_E \neq \emptyset\}$

8: Elimine os estados não alcançáveis

9: **Return** ($Q_D, \Sigma, \delta_D, q_\epsilon, F_D$)

- Ao invés de criar todos os estados e depois eliminar os não alcançáveis, o mais inteligente é fazer o que acabamos de fazer:

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

eAFN_AFD ($Q_E, \Sigma, \delta_E, q_0, F_E$)

1: $Q_D = \mathcal{P}(Q_E)$

2: $q_\epsilon = \epsilon\text{-Fecho}(q_0)$

3: **for all** $S \in Q_D$ **do**

4: **for all** $a \in \Sigma$ **do**

5: $R = \bigcup_{q_i \in S} \delta_E(q_i, a)$

6: Defina a função δ da seguinte maneira: $\delta_D(S, a) = \bigcup_{r_j \in R} \epsilon\text{-Fecho}(r_j)$

7: $F_D = \{S : S \subseteq Q_D \text{ e } S \cap F_E \neq \emptyset\}$

8: Elimine os estados não alcançáveis

9: **Return** ($Q_D, \Sigma, \delta_D, q_\epsilon, F_D$)

- Ao invés de criar todos os estados e depois eliminar os não alcançáveis, o mais inteligente é fazer o que acabamos de fazer: criar apenas estados alcançáveis

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

Teorema

Se E é a resposta do algoritmo para a entrada D , então $L(D) = L(E)$.

Equivalência entre AFDs e ϵ -AFNs

Teorema

Se E é a resposta do algoritmo para a entrada D , então $L(D) = L(E)$.

Teorema

Uma linguagem é aceita por um AFD $\iff$ é aceita por um ϵ -AFN.