

CI-202 - Métodos Numéricos

Aula 03 - Representação de Números Reais em Binário

Professor Murilo V. G. da Silva

Departamento de Informática
Universidade Federal do Paraná

11/09/2024

Relembrando:

O número 9 escrito em binário:

$$\blacktriangleright 9 = (1001)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

No caso geral, a representação em binário $(b_n b_{n-1} \cdots b_1 b_0)_2$, onde $b_i \in \{0, 1\}$, $i = 0, \cdots, n$, corresponde ao número inteiro não negativo

$$b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \cdots + b_0 \cdot 2^0.$$

Representação de reais em base qualquer

- Considere o número real com os dígitos $d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0, d_{-1} d_{-2} \dots$, i.e.,

$$d_n \cdot 10^n + d_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + d_0 \cdot 10^0 + d_{-1} \cdot 10^{-1} + d_{-2} \cdot 10^{-2} + \dots$$

$$= \sum_{i=0}^n d_i \cdot 10^i + \sum_{i=1}^{\infty} d_{-i} \cdot 10^{-i} \quad d_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$$

- Podemos fazer isso em qualquer base a , com $\alpha_i \in \{0, 1, \dots, a-1\}$
- $\alpha_n \alpha_{n-1} \dots \alpha_1 \alpha_0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \dots$ representa:

$$= \sum_{i=0}^n \alpha_i \cdot a^i + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{-i} \cdot a^{-i} \quad \alpha_i \in \{0, 1, \dots, b-1\}$$

Caso binário: $a = 2$

Convertendo números binários em decimais

► $(10,1)_2 =$

► $(10,01)_2 =$

► $(10,11)_2 =$

Convertendo números binários em decimais

- ▶ $(10,1)_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 2,5$
- ▶ $(10,01)_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 2,25$
- ▶ $(10,11)_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 2,75$

Decimal para binário

Lembrando do exemplo da aula passada: dígitos de 3028

▶ $3028 \div 10$

▶

Quociente	302	30	3	0
Resto	8	2	0	3



▶ Dígitos são resto da divisão inteira por 10

Considere o número 0,4105. Quais são os dígitos?

▶ Vamos multiplicar: $4105 \times 10 = 4,105$

▶

Parte Inteira	4
Parte Fracionária	0,105

note: a parte fracionária é $4,105 - 4$

▶ Próximo dígito? Mesma coisa a partir de 0,105

▶ Fato: Dado $0 \leq x < 1$, esse algoritmo funciona em qualquer base a :

(1) Faça a multiplicação $x \cdot a$

(2) Parte inteira d do produto é o primeiro símbolo (dígito, bit, etc)

(3) A partir de $(x \cdot a) - d$, continue o algoritmo

Conversão: número decimal fracionário para binário

Seja $x = 0,625$.

Calcule os bits da representação binária $x = (0, b_{-1}b_{-2}b_{-3}\dots)_2$

► $2 \cdot 0,625 = 1,25$

$$b_{-1} = 1$$

► $2 \cdot (1,25 - 1) = 0,5$

► $b_{-2} = 0$

► $2 \cdot (0,5 - 0) = 1$

► $b_{-3} = 1$

► $2 \cdot (1 - 1) = 0$

► Fim do algoritmo

$$0,625_{10} = 0,101_2$$

Conversão: número decimal fracionário para binário

Seja $x = 6,25$. (note que agora $x \geq 1$)

- ▶ Calcule a parte inteira e a parte fracionária separadamente.

- ▶ parte inteira = 6
- ▶ parte fracionária = 0,25

- ▶ Parte inteira:

- ▶ $6/2 = 3$; resto = $b_0 = 0$
- ▶ $3/2 = 1$; resto = $b_1 = 1$
- ▶ $1/2 = 0$; resto = $b_2 = 1$
- ▶ Logo, $6 = 110_2$

- ▶ Parte fracionária:

- ▶ $2 \cdot 0,25 = 0,5$; $d_{-1} = 0$
- ▶ $2 \cdot (0,5 - 0) = 1$; $d_{-2} = 1$
- ▶ $2 \cdot (1 - 1) = 0$;
- ▶ Logo, $0,25 = 0,01_2$

Portanto, $6,25 = 110,01_2$

Converta os seguintes números decimais em binários

► $5,125 =$

► $0,5 =$

► $0,25 =$

► $0,75 =$

► $0,875 =$

► $0,1 =$

Converta os seguintes números decimais em binários

- ▶ $5,125 = 101,001_2$
- ▶ $0,5 = 0,1_2$
- ▶ $0,25 = 0,01_2$
- ▶ $0,75 = 0,11_2$
- ▶ $0,875 = 0,111_2$
- ▶ $0,1 = (0.000110011001100\dots)_2$