Computação Quântica
Aula 01

Murilo V. G. da Silva

DINF/UFPR

Antes de qualquer coisa...

Computação quântica é algo quente nos noticiários...

Antes de qualquer coisa...

Computação quântica é algo quente nos noticiários... **mas**

Antes de qualquer coisa...

Computação quântica é algo quente nos noticiários... **mas**

- Em que estágio a área se encontra?

Antes de qualquer coisa...

Computação quântica é algo quente nos noticiários... **mas**

- Em que estágio a área se encontra?
  - Já é realidade comercial?

Antes de qualquer coisa...

Computação quântica é algo quente nos noticiários... **mas**

- Em que estágio a área se encontra?
  - Já é realidade comercial?
  - Seria algo viável, mas em estágio de pesquisa?

Antes de qualquer coisa...

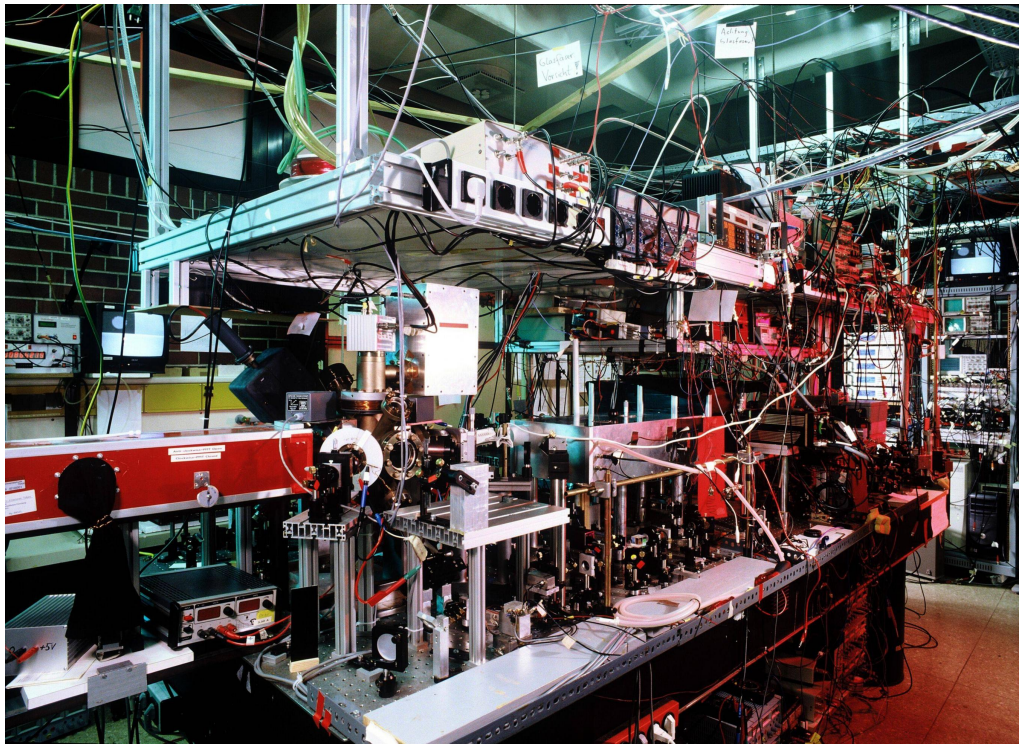
Computação quântica é algo quente nos noticiários... **mas**

- Em que estágio a área se encontra?
  - Já é realidade comercial?
  - Seria algo viável, mas em estágio de pesquisa?
  - Seria puro "hoax" e nunca será algo concreto?

Computação Quântica

"Adquira hoje mesmo seu computador quântico!!"

Visão "marketeira"



Laboratório de Computação Quântica, Universidade de Innsbruck.

Visão realista?

Leonid Levin: "Quantum computing **must** be impossible!"

Visão pessimista

Atual posição científica (comumente aceita):

Atual posição científica (comumente aceita):

- Teoria: A grosso modo computação quântica **tem** que ser possível, pois é consequência direta da mecânica quântica (caso contrário seria necessário reescrever os livros de física)

Atual posição científica (comumente aceita):

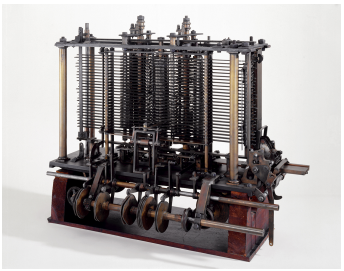
- Teoria: A grosso modo computação quântica **tem** que ser possível, pois é consequência direta da mecânica quântica (caso contrário seria necessário reescrever os livros de física)
- Prática: Há uma grande variedade de maneiras de implementar tais máquinas e laboratórios de pesquisa tem feito avanços constantes nos últimos 20 anos. Embora ninguém ainda tenha conseguido construir computadores quânticos *universais* e *escaláveis*, eles já estariam no horizonte tecnológico.

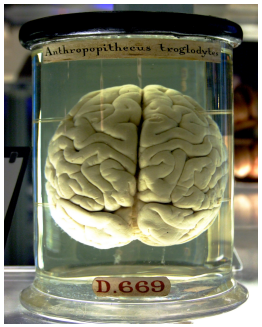
Teoria da Computação em 7 slides

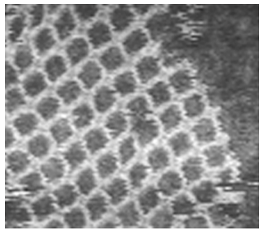
(algoritmos, computadores, modelos matemáticos e o mundo físico)

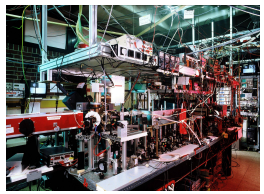
Revisão de Teoria da Computação

Diferentes meios físicos para fazer computação: circuitos eletrônicos, engrenagens, gosma cinzenta, DNA, partículas subatômicas:



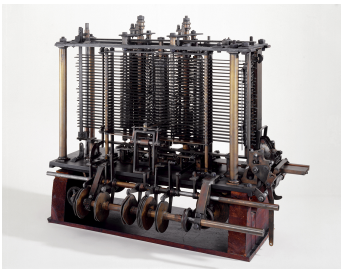
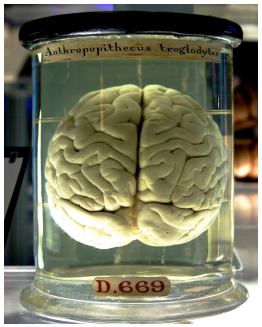


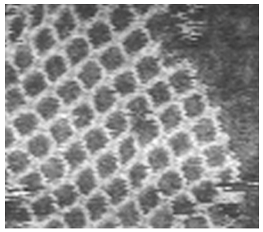
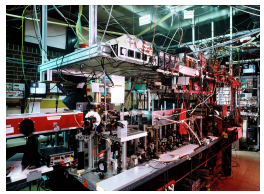




Revisão de Teoria da Computação

Diferentes meios físicos para fazer computação: circuitos eletrônicos, engrenagens, gosma cinzenta, DNA, partículas subatômicas:

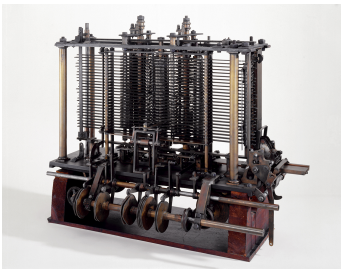
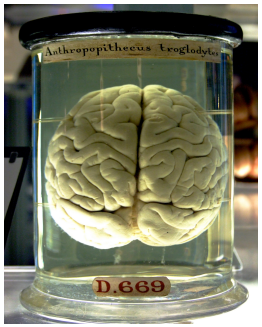



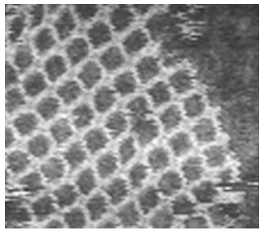
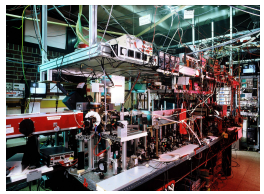
Computador

Uma maneira de instanciar objetos abstratos e os **possíveis relacionamentos matemáticos** destes objetos abstratos (informação, algoritmos) em objetos físicos e o e os **possíveis graus de movimentos** destes objetos físicos.

Revisão de Teoria da Computação

Diferentes meios físicos para fazer computação: circuitos eletrônicos, engrenagens, gosma cinzenta, DNA, partículas subatômicas:

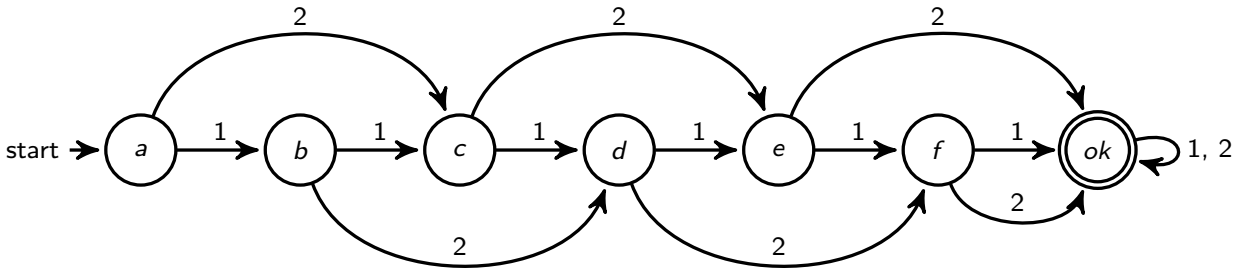



Computador

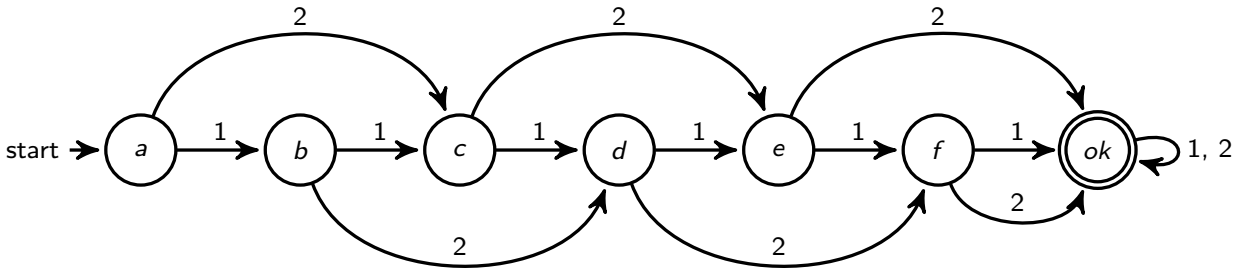
Uma maneira de instanciar objetos abstratos e os **possíveis relacionamentos matemáticos** destes objetos abstratos (informação, algoritmos) em objetos físicos e o e os **possíveis graus de movimentos** destes objetos físicos.

Pergunta Crucial: O meio físico faz diferença?

Objeto físico e modelo matemático:

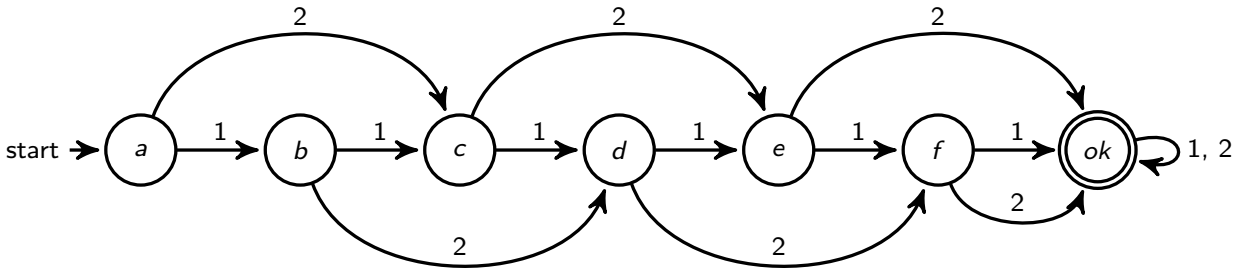


Objeto físico e modelo matemático:



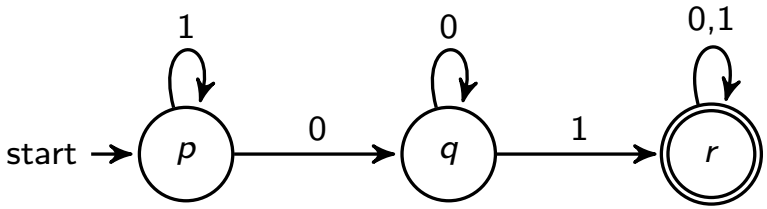
- Uma máquina de vender chocolates é descrita por um DFA $D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.

Objeto físico e modelo matemático:

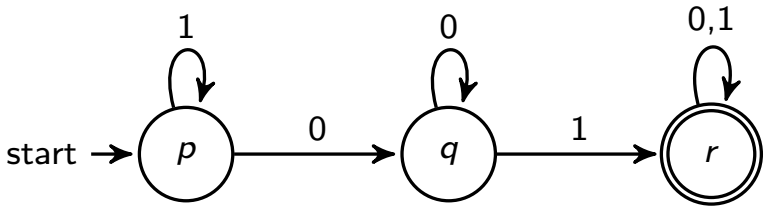


- Uma máquina de vender chocolates é descrita por um DFA $D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.
- Vamos esquecer o mundo físico por um instante...

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

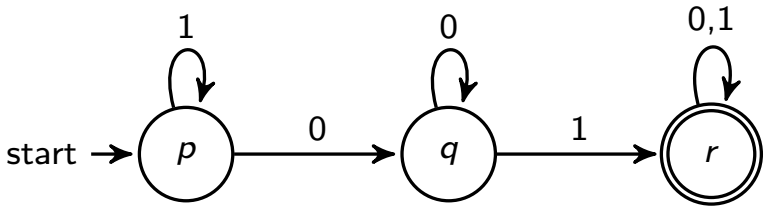


Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)



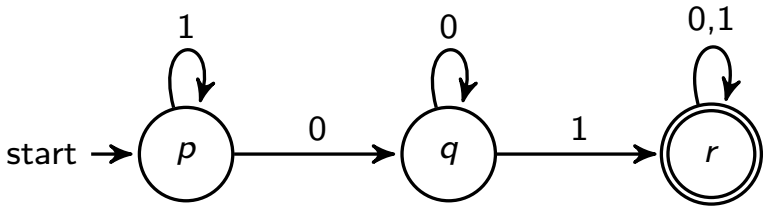
- Definição matemática do diagrama acima: $D = (\{p, q, r\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ tal que $\delta(p, 1) = p$, $\delta(p, 0) = q$, $\delta(q, 0) = q$, $\delta(q, 1) = r$, $\delta(r, 0) = r$, $\delta(r, 1) = r$.

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)



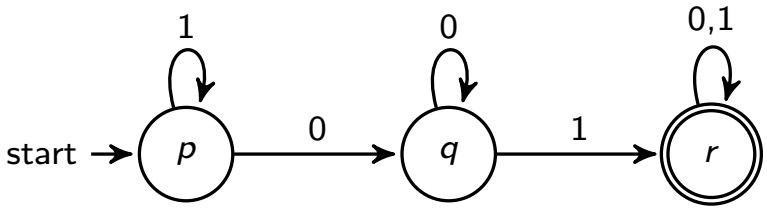
- Problemas que não são resolvidos por DFAs: palíndromos, primalidade, etc

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)



- Problemas que não são resolvidos por DFAs: palíndromos, primalidade, etc
- PDAs (autômatos com pilha): também não testam primalidade

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)



- Problemas que não são resolvidos por DFAs: palíndromos, primalidade, etc
- PDAs (autômatos com pilha): também não testam primalidade
- Máquinas de Turing: resolvem quaisquer problemas algorítmicos

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Relembrando:

- Máquina de Turing (MT): modelo matemático para algoritmo

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Relembrando:

- Máquina de Turing (MT): modelo matemático para algoritmo
- MT Universal: modelo matemático para computador

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)
- Circuitos Quânticos

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)
- Circuitos Quânticos

Observe a relação de alguns dos modelos acima com objetos físicos

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)
- Circuitos Quânticos

Observe a relação de alguns dos modelos acima com objetos físicos

Tese de Church-Turing

Funções computáveis no mundo físico são computáveis por máquinas de Turing

Revisão de Teoria da Computação (modelos matemáticos)

Teorema

Os seguintes **modelos matemáticos** são equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)
- Circuitos Quânticos

Observe a relação de alguns dos modelos acima com objetos físicos

Tese de Church-Turing

Funções computáveis no mundo físico são computáveis por máquinas de Turing

Em outras palavras, a tese afirma que o meio físico não faz diferença em termos de computabilidade!

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

e.g., dado um certo problema computacional,

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

e.g., dado um certo problema computacional,

- Se existe um programa em Linguagem C cuja execução resolva uma instância de tamanho n em $f(n)$ passos, então existe uma Máquina de Turing que resolve o mesmo problema em $O(f(n)^c)$, para uma constante c fixa.

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

e.g., dado um certo problema computacional,

- Se existe um programa em Linguagem C cuja execução resolva uma instância de tamanho n em $f(n)$ passos, então existe uma Máquina de Turing que resolve o mesmo problema em $O(f(n)^c)$, para uma constante c fixa.
- Se existe uma "programa em aTAM" que resolva uma instância de tamanho n em $f(n)$ "passos", então existe um programa para Máquinas RAM abstratas em $O(f(n)^d)$ passos (i.e., instruções assembly) para uma constante d fixa.

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

e.g., dado um certo problema computacional,

- Se existe um programa em Linguagem C cuja execução resolva uma instância de tamanho n em $f(n)$ passos, então existe uma Máquina de Turing que resolve o mesmo problema em $O(f(n)^c)$, para uma constante c fixa.
- Se existe uma "programa em aTAM" que resolva uma instância de tamanho n em $f(n)$ "passos", então existe um programa para Máquinas RAM abstratas em $O(f(n)^d)$ passos (i.e., instruções assembly) para uma constante d fixa.
- Etc...

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

- Circuitos Quânticos (?)

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

- Circuitos Quânticos (?)

Conjectura: Existem problemas para os quais algoritmos quânticos são exponencialmente mais rápidos que algoritmos clássicos.

Complexidade Computacional entra na jogada

Teorema

Modelos matemáticos polinomialmente equivalentes:

- Máquina de Turing
- Máquinas RAM abstratas
- Linguagem C
- Modelo aTAM (DNA)

- Circuitos Quânticos (?)

Conjectura: Existem problemas para os quais algoritmos quânticos são exponencialmente mais rápidos que algoritmos clássicos.

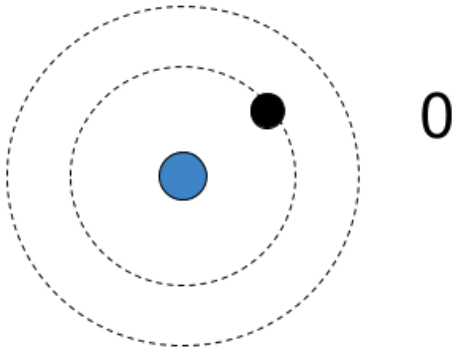
No nível mais fundamental da natureza o meio físico parece fazer diferença na eficiência da computação de alguns problemas

Mecânica Quântica 101

"Teoria da probabilidade com números complexos"

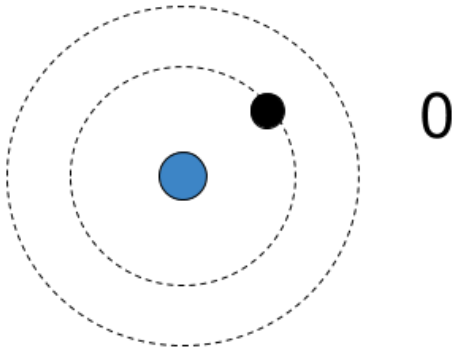
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

Um átomo segundo um teórico da computação:



Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

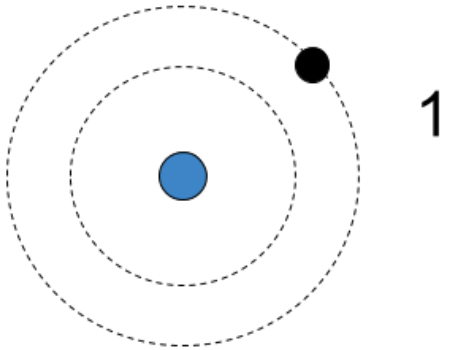
Um átomo segundo um teórico da computação:



A camada em que o elétron se encontra indica que o bit está em 0.

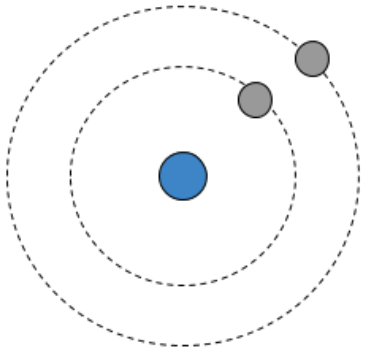
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

Um átomo segundo um teórico da computação:



A camada em que o elétron se encontra indica que o bit está em 1.

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



0 ou 1 ?

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

Atenção!

- Nos slides a seguir usaremos probabilidades (números reais) como modelo matemático para descrever estado de um átomo

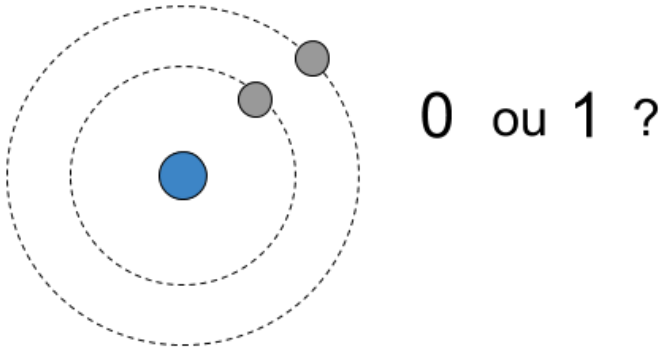
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

Atenção!

- Nos slides a seguir usaremos probabilidades (números reais) como modelo matemático para descrever estado de um átomo
- A natureza não funciona exatamente assim, mas esta modelagem será útil para entendermos mais adiante o modelo correto que descreve o estado quântico de um objeto.

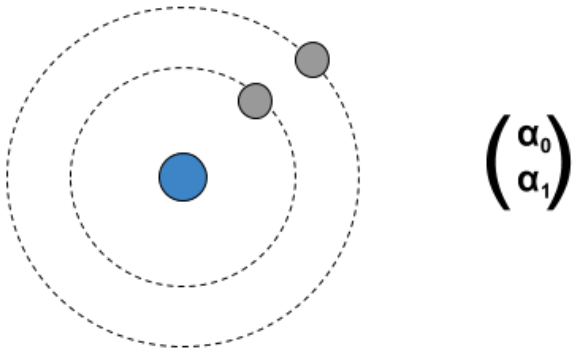
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

Suponha que neste átomo de hidrogênio não sabemos em que camada o elétron se encontra



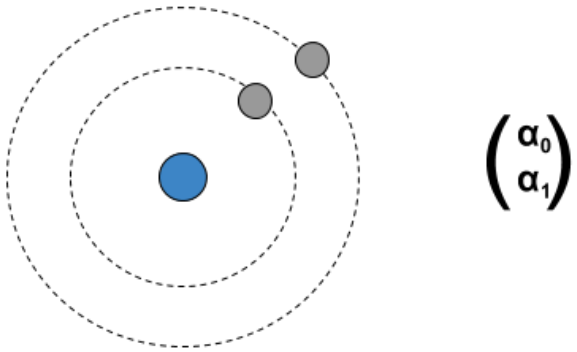
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

Ideia: descrever o objeto por em termos da probabilidade de que o elétron se encontre na primeira ou na segunda camada



Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

Ideia: descrever o objeto por em termos da probabilidade de que o elétron se encontre na primeira ou na segunda camada

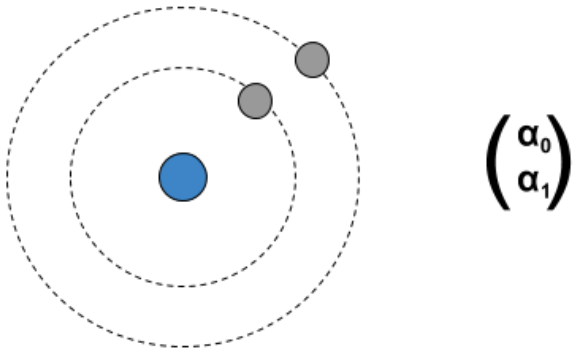


Pergunta:

- Se o eletron estiver na primeira camada com prob. de 30% na segunda com prob. de 70%, qual é a descrição matemática do sistema?

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

Ideia: descrever o objeto por em termos da probabilidade de que o elétron se encontre na primeira ou na segunda camada

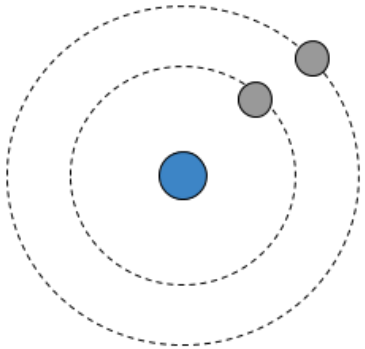


Pergunta:

- Se o eletron estiver na primeira camada com prob. de 30% na segunda com prob. de 70%, qual é a descrição matemática do sistema?

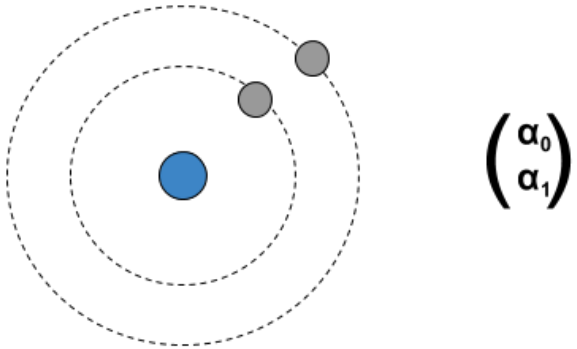
  Resp: $\begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.7 \end{pmatrix}$

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

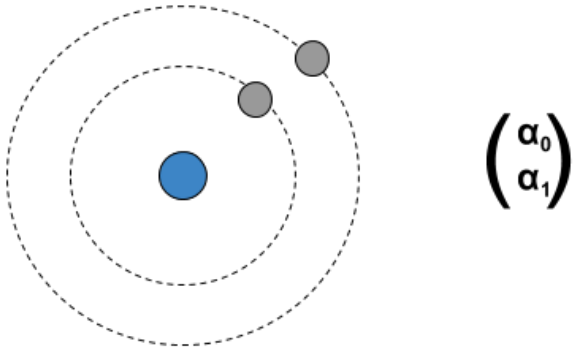
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



Pergunta:

- Se o eletron estiver certamente na primeira camada

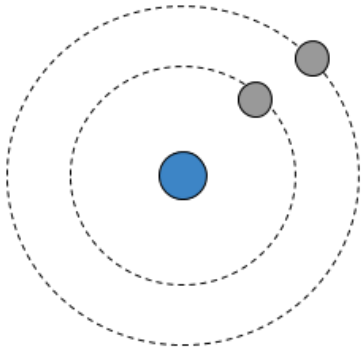
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



Pergunta:

- Se o eletron estiver certamente na primeira camada (ou seja, prob. de 100% para primeira 0% para a segunda)

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

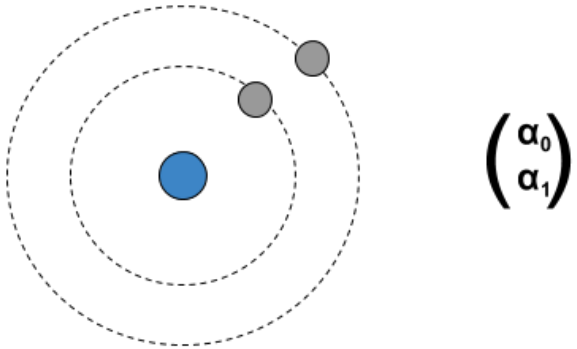


$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

Pergunta:

- Se o eletron estiver certamente na primeira camada (ou seja, prob. de 100% para primeira 0% para a segunda), qual é a descrição matemática do sistema?

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

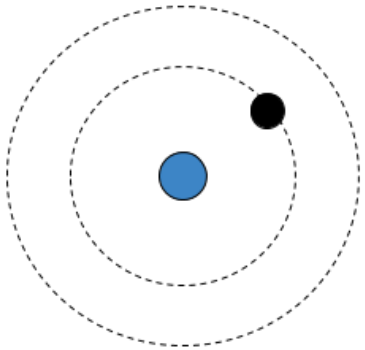


Pergunta:

- Se o eletron estiver certamente na primeira camada (ou seja, prob. de 100% para primeira 0% para a segunda), qual é a descrição matemática do sistema?

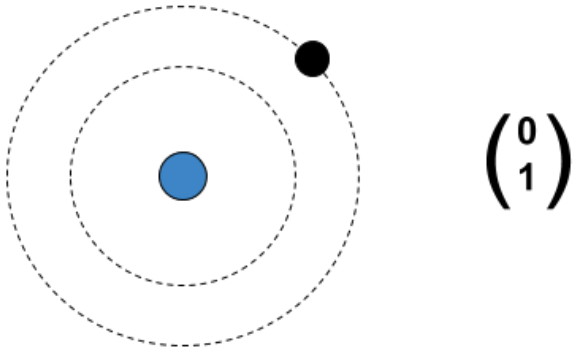
  Resp: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

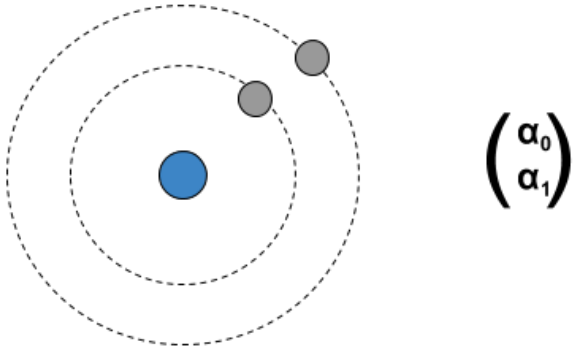


$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

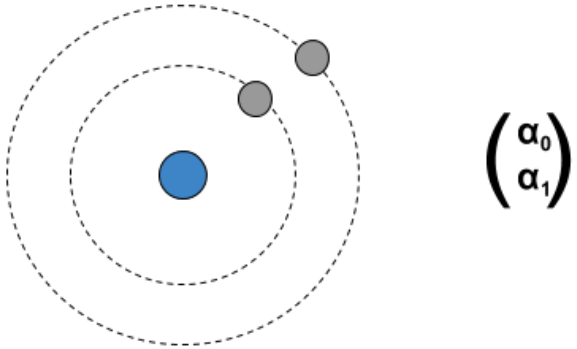
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

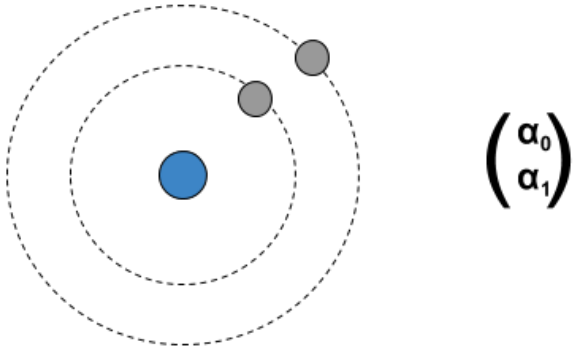


Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

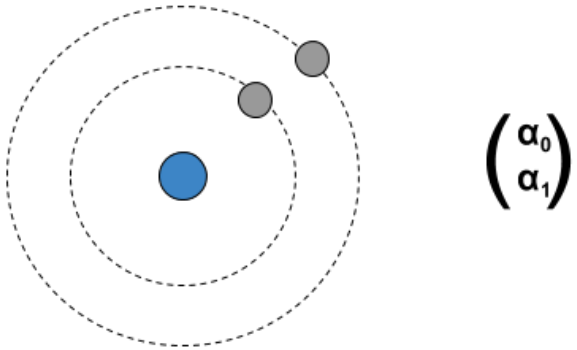
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.

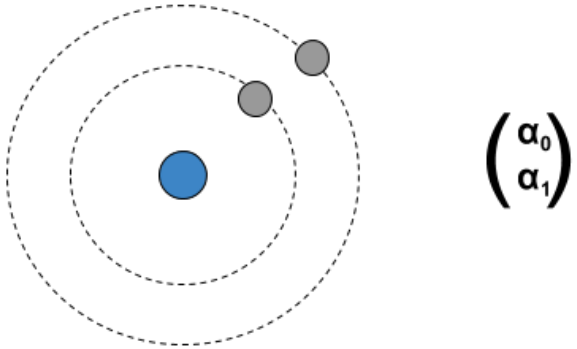
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.

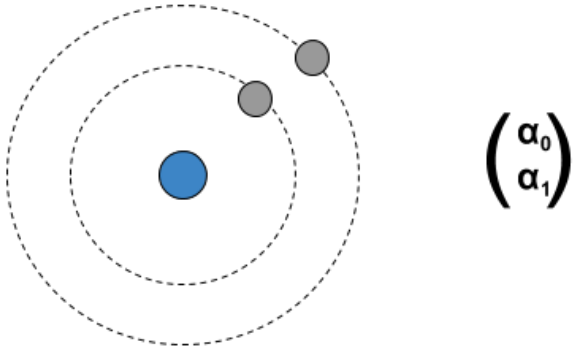
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"

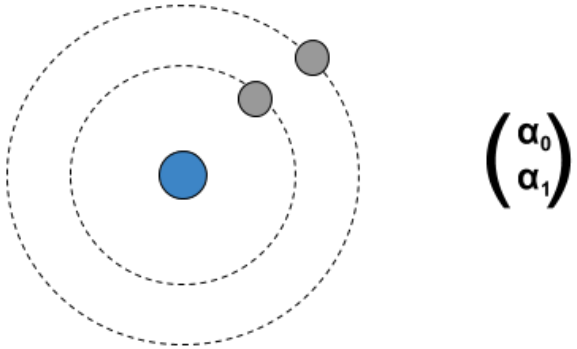
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"
- Obs: o termo correto não é probabilidade e sim amplitude

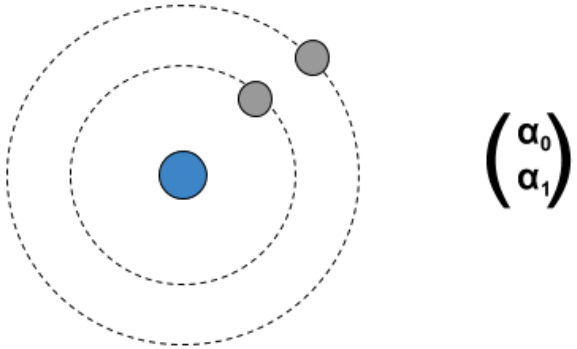
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"
- Obs: o termo correto não é probabilidade e sim amplitude (matematicamente amplitudes podem ser negativas e mesmo números complexos).

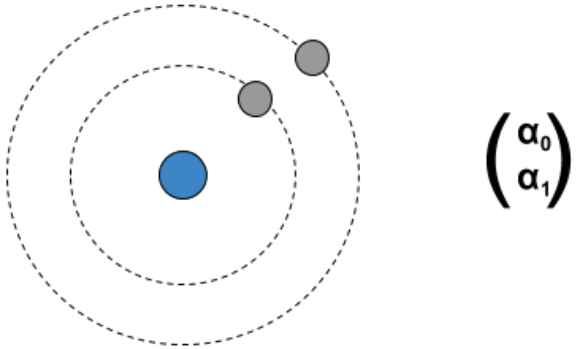
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"
- Obs: o termo correto não é probabilidade e sim amplitude (matematicamente amplitudes podem ser negativas e mesmo números complexos).
- Além disso a natureza também gosta da norma 2,

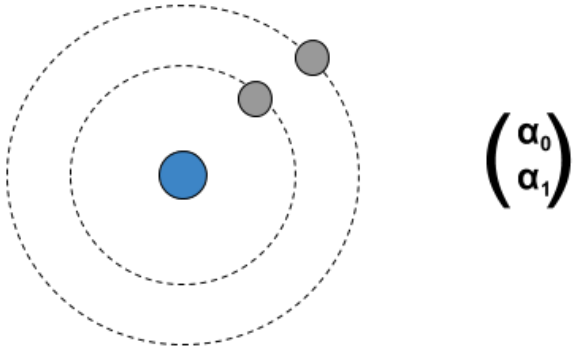
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"
- Obs: o termo correto não é probabilidade e sim amplitude
  (matematicamente amplitudes podem ser negativas e mesmo números complexos).
- Além disso a natureza também gosta da norma 2,
  i.e., α_0, α_1 são números complexos e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$ (veremos com calma isso adiante).

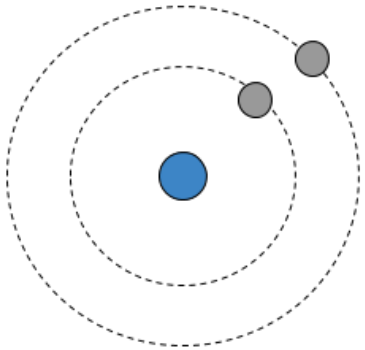
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Poderíamos pensar que os valores α_0 e α_1 representam a probabilidade do bit estar no estado 0 e no estado 1.

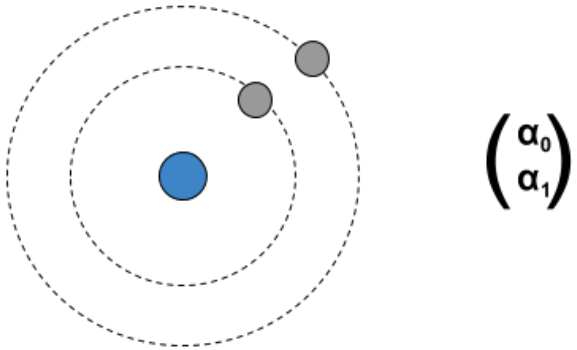
- Consequentemnte teríamos $\alpha_0 + \alpha_1 = 1$.
- Em particular, o vetor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ indica indica o bit é 0 com probabilidade 1.
- Mas a natureza é um pouco mais estranha: ela gosta de "probabilidades negativas"
- Obs: o termo correto não é probabilidade e sim amplitude
  (matematicamente amplitudes podem ser negativas e mesmo números complexos).
- Além disso a natureza também gosta da norma 2,
  i.e., α_0, α_1 são números complexos e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$ (veremos com calma isso adiante).
- No decorrer do curso seremos mais formais e veremos o que estas coisas significam

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

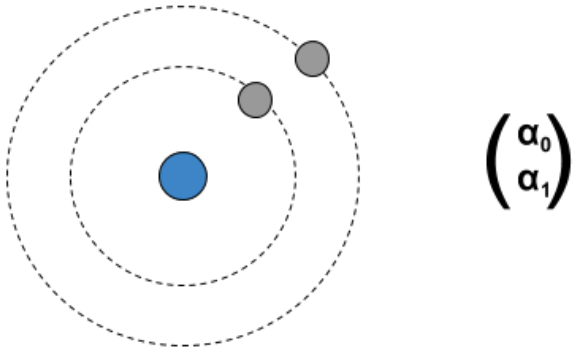
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Estado quântico descrito por números complexos

- O estado quântico de um objeto que pode assumir dois estados, como o átomo acima, é descrito por um vetor com dois números complexos α_0 e α_1.

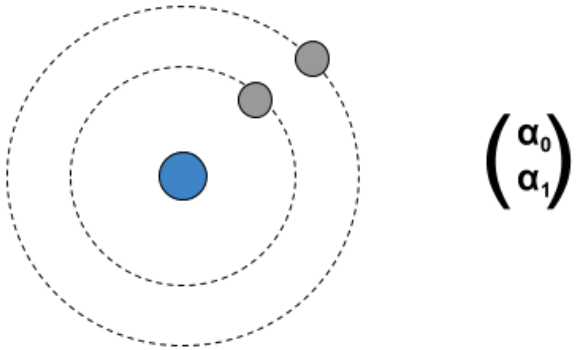
Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



Estado quântico descrito por números complexos

- O estado quântico de um objeto que pode assumir dois estados, como o átomo acima, é descrito por um vetor com dois números complexos α_0 e α_1.
- Os valores α_0 e α_1 são chamados de amplitudes e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$.

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

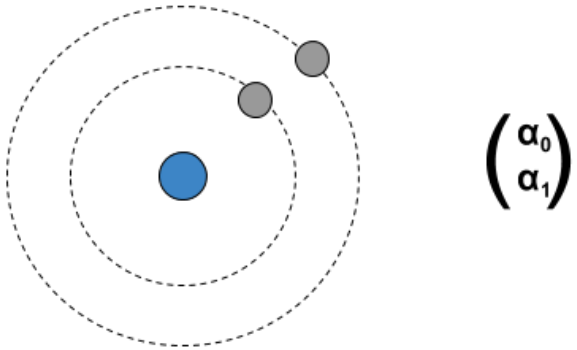


Estado quântico descrito por números complexos

- O estado quântico de um objeto que pode assumir dois estados, como o átomo acima, é descrito por um vetor com dois números complexos α_0 e α_1.
- Os valores α_0 e α_1 são chamados de amplitudes e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$.

- Se o estado quântico do objeto for $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$ e fizermos uma medição do objeto, qual a probabilidade do elétron estar na primeira camada?

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

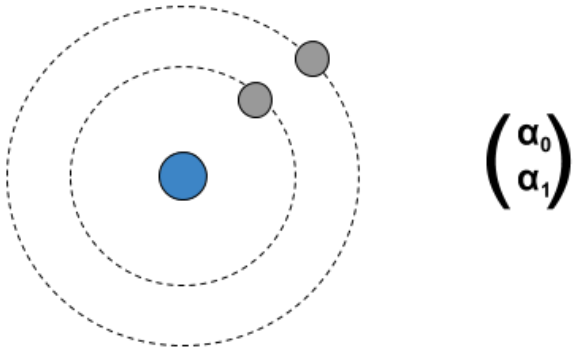


Estado quântico descrito por números complexos

- O estado quântico de um objeto que pode assumir dois estados, como o átomo acima, é descrito por um vetor com dois números complexos α_0 e α_1.
- Os valores α_0 e α_1 são chamados de amplitudes e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$.

- Se o estado quântico do objeto for $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$ e fizermos uma medição do objeto, qual a probabilidade do elétron estar na primeira camada?
- Veremos isso na próxima aula.

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

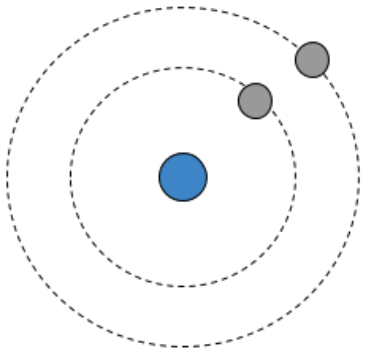


Estado quântico descrito por números complexos

- O estado quântico de um objeto que pode assumir dois estados, como o átomo acima, é descrito por um vetor com dois números complexos α_0 e α_1.
- Os valores α_0 e α_1 são chamados de amplitudes e $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$.

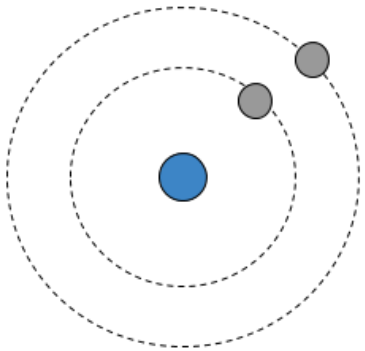
- Se o estado quântico do objeto for $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$ e fizermos uma medição do objeto, qual a probabilidade do elétron estar na primeira camada?
- Veremos isso na próxima aula. Por enquanto apenas vamos entender que este modelo matemático (um par de números complexos) captura o estado do objeto e o que é possível sabermos sobre ele.

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

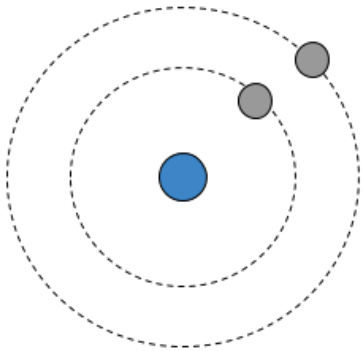
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} =$

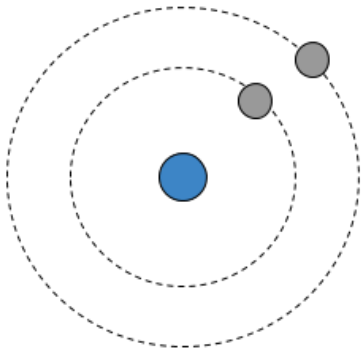
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \alpha_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

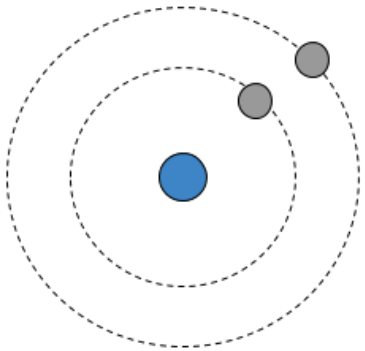
Usando mecânica quântica para implementar “qubits”



$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \alpha_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"

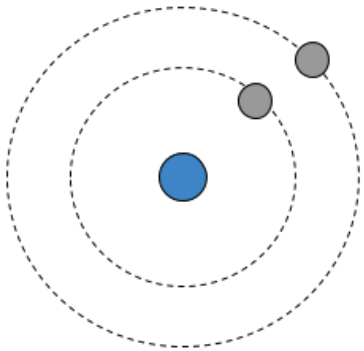


$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \alpha_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Obs: usaremos a notação $|0\rangle$ e $|1\rangle$ neste curso

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



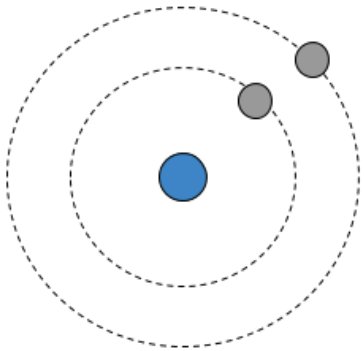
$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \alpha_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\alpha_0 \, |0\rangle + \alpha_1 \, |1\rangle}$

Obs: usaremos a notação $|0\rangle$ e $|1\rangle$ neste curso

Lembramos também que $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1, \quad \alpha_0, \alpha_1 \in \mathbb{C}$

Usando mecânica quântica para implementar "qubits"



$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

Note que: $\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \alpha_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle}$

Obs: usaremos a notação $|0\rangle$ e $|1\rangle$ neste curso

Lembramos também que $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1, \quad \alpha_0, \alpha_1 \in \mathbb{C}$

O vetor $\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ é chamado de qubit

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

O spin de um elétron segundo um teórico da computação:

$|0\rangle$

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

O spin de um elétron segundo um teórico da computação:

$|1\rangle$

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

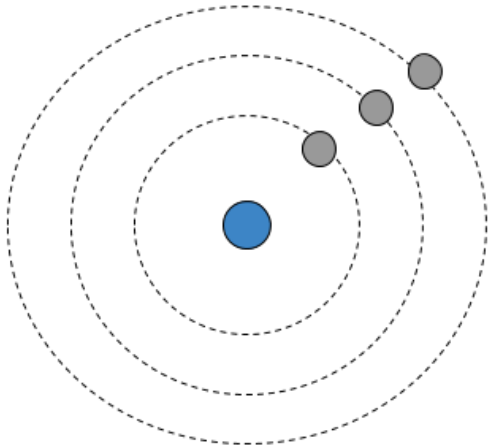
O spin de um elétron segundo um teórico da computação:

Usando mecânica quântica para implementar “qubits”

O spin de um elétron segundo um teórico da computação:

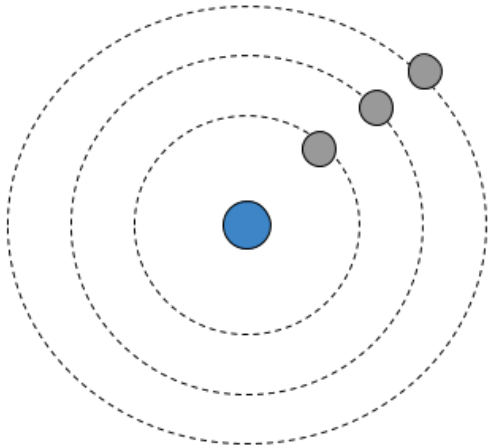
$$|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$$

Usando mecânica quântica para implementar “qutrits”



$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

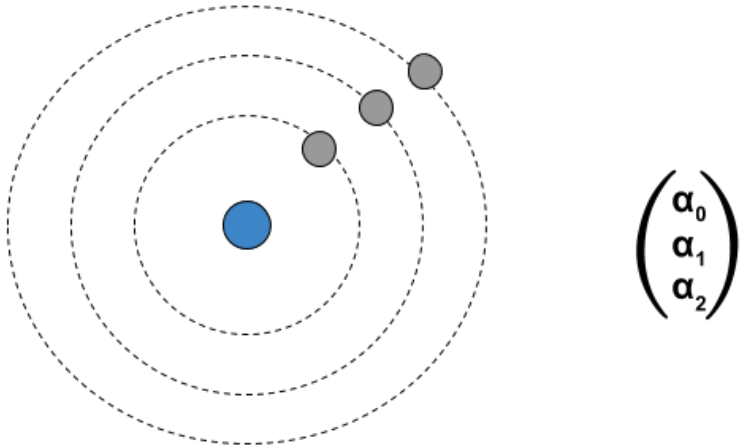
Usando mecânica quântica para implementar “qutrits”



$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

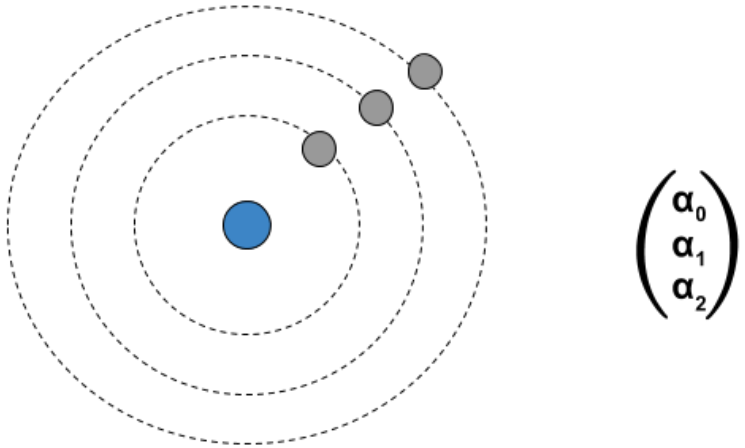
$$\Psi = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} =$$

Usando mecânica quântica para implementar “qutrits”



$$\Psi = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \alpha_2 |2\rangle$$

Usando mecânica quântica para implementar “qutrits”



$$\Psi = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \alpha_2 |2\rangle$$

$$|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1$$

Axioma da Superposição

Axioma da Superposição

Seja um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, ..., |k-1\rangle$

Axioma da Superposição

Seja um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, ..., |k-1\rangle$

Axioma da Superposição: então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados:

$$\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + ... + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Axioma da Superposição

Seja um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, ..., |k-1\rangle$

Axioma da Superposição: então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados:

$$\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + ... + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

$$\sum_{i=0}^{k} |\alpha_i|^2 = 1, \quad \alpha_i \in \mathbb{C}$$

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$$

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$$

Assuntos da próxima aula:

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$$

Assuntos da próxima aula:

- No exemplo 1, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|0\rangle$?

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$$

Assuntos da próxima aula:

- No exemplo 1, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|0\rangle$?
- No exemplo 2, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|i\rangle$? ($i = 1, 2, 3, 4$)